

FEASIBILITY STUDY

MGM252 – MGM201 – PMG201

LECTURE 8

Financial Feasibility Study 2

Prepared by
Dr. Bassel alhassan

1

Time Value of Money Problems

- Calculate Future Value (FV)
- Calculate Present Value (PV)
- Calculate Annual Payment (PMT)
- Calculate Present Value of Annuity
- Advanced practical applications

2

Excel Solution Methods

- Specialized Excel functions
- FV function for Future Value
- PV function for Present Value
- PMT function for Annual Payment
- NPER function for Number of Periods
- RATE function for Interest Rate

3

Summary of Time Value of Money Laws**مسائل علاقة المال مع الزمن**

- حساب القيمة المستقبلية (FV)
- حساب القيمة الحالية (PV)
- حساب الدفعة السنوية (PMT)
- حساب القيمة الحالية للدفعات (PV of Annuity)
- تطبيقات عملية متقدمة

1

طرق الحل بالإكسل

- دوال Excel المتخصصة
- الدالة FV للقيمة المستقبلية
- الدالة PV للقيمة الحالية
- الدالة PMT للدفعة السنوية
- الدالة NPER لعدد الفترات
- الدالة RATE لسعر الفائدة

2

تلخيص قوانين علاقة المال مع الزمن

3

Compound interest is the eighth wonder of
the world

الفائدة المركبة هي الأعجوبة الثامنة في العالم

Albert Einstein

4- The Basic PV Equation

- There are four parts to this equation: (PV, FV, r and t)
- If we know any three, we can find the fourth
- Keeping this in mind makes solving time value problems much easier!

4- معادلة القيمة الحالية الأساسية

- هناك أربعة أجزاء لهذه المعادلة: (PV, FV, r and t)
- إذا عرفنا أي ثلاثة ، فيمكننا إيجاد الرابع
- إن وضع ذلك في الاعتبار يجعل حل مشاكل قيمة الوقت أسهل بكثير!

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t}$$

$PV? = \frac{FV}{(1+r)^t}$	$PV = \frac{?}{(1+r)^t}$
$PV = \frac{FV}{(1+?)^t}$	$PV = \frac{FV}{(1+r)^?}$

- Often we want to know the interest rate on an investment
- Rearrange the basic PV equation and solve for r

- غالباً ما نرغب في معرفة معدل الفائدة على الاستثمار
- أعد ترتيب معادلة PV الأساسية وحل من أجل r

$$\text{Step 1: } PV = \frac{FV}{(1 + r)^t}$$

$$\text{Step 2: } (1 + r)^t = \frac{FV}{PV}$$

$$\text{Step 3: } 1 + r = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{1/t}$$

$$\text{Final Step: } r = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{1/t} - 1$$

Example - 5 :

If you sold land for \$11,439 that you bought 5 years ago for \$5,000, what is your annual rate of return?

Solution :

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t} \quad 5000 = \frac{11439}{(1+r)^5}$$

$$(1+r)^5 = \frac{11439}{5000}$$

$$1+r = \left(\frac{11439}{5000}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$r = \left(\frac{11439}{5000}\right)^{\frac{1}{5}} - 1 = \mathbf{0.18 \text{ or } 18\%}$$

مثال - 5 :

إذا قمت ببيع أرض بمبلغ 11439 دولاراً اشتريتها قبل 5 سنوات مقابل 5000 دولار ، فما هو معدل عائدك السنوي؟

الحل :

Exercise: At what annual rate must 500 thousand SAR be invested to grow to 1,183.70 thousand SAR in 10 years.

تمرين : بأي معدل سنوي يجب استثمار 500 ألف ريال سعودي لتنمو إلى 1,183.70 ألف ريال سعودي في 10 سنوات.

- Rearrange the basic PV equation and solve for t

- أعد ترتيب معادلة PV الأساسية وحل من أجل t

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^t}$$

$$(1 + r)^t = \frac{FV}{PV}$$

$$\ln(1 + r)^t = \ln(FV / PV)$$

$$t * \ln(1 + r) = \ln(FV / PV)$$

$$\text{Final Step: } t = \frac{\ln(FV / PV)}{\ln(1 + r)}$$

- Suppose you put \$100 in an account paying 9.6% compound interest monthly. How long will it take for your account to grow to \$500?

Solution:

$$\begin{aligned}
 PV &= \frac{FV}{(1+r)^t} \\
 100 &= \frac{500}{(1+0.096/12)^t} \\
 \left(1 + \frac{0.096}{12}\right)^t &= \frac{500}{100} \\
 (1.008)^t &= 5 \\
 \ln(1.008)^t &= \ln 5 \\
 t * \ln 1.008 &= \ln 5
 \end{aligned}$$

$$t = \frac{\ln 5}{\ln 1.008} = 201.98 \text{ or } 202 \text{ months / شهرًا}$$

- لنفترض أنك وضعت 100 دولار في حساب يدفع فائدة مركبة 9.6% شهريًا. ما المدة التي سيستغرقها حسابك لينمو إلى 500 دولار؟

الحل:

$$\begin{aligned}
 PV &= \frac{FV}{(1+r)^t} \\
 100 &= \frac{500}{(1+0.096/12)^t} \\
 \left(1 + \frac{0.096}{12}\right)^t &= \frac{500}{100} \\
 (1.008)^t &= 5 \\
 \ln(1.008)^t &= \ln 5 \\
 t * \ln 1.008 &= \ln 5
 \end{aligned}$$

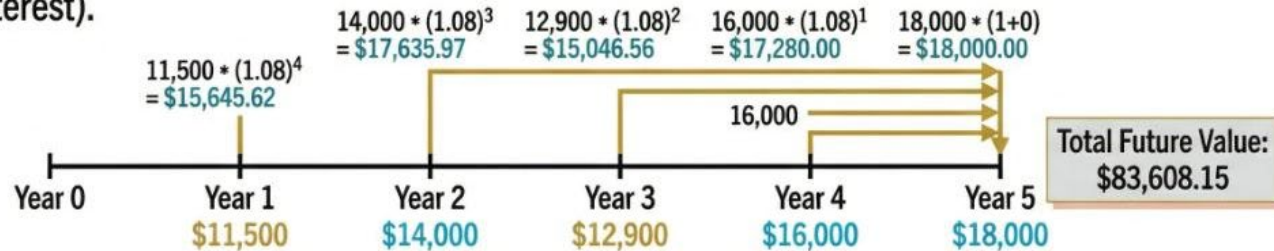
Uneven Cash Flow

التدفقات النقدية غير المتساوية

- If the company expects to earn at least 8% on its investments, how much will accumulate by the end of the fifth year if it immediately invests these cash flows upon receipt?
- This situation is depicted on the following timeline.
- The future value (5) of \$18,000 remains at \$18,000 because it accumulates no interest (zero interest).

• إذا كانت الشركة تتوقع أن تكسب 8% على الأقل من استثماراتها، فكم ستتراكم بحلول نهاية العام الخامس إذا استثمرت على الفور هذه التدفقات النقدية عند استلامها؟

• تم تصوير هذا الوضع على الخط الزمني التالي.
• تظل القيمة المستقبلية (5) لـ 18000 دولار عند \$18,000 لأنها لا تتراكم أي فائدة (صفر فائدة).



- Suppose you invest \$500 in a mutual fund today and \$600 in one year. If the fund pays 9% annually, how much will you have in two years?

$$\begin{aligned} FV_2 &= 500(1.09)^2 + 600(1.09)^1 \\ &= 594.05 + 654.00 \\ &= \mathbf{1,248.05} \end{aligned}$$

- How much will you have in 5 years if you make no other deposits?

$$\begin{aligned} FV_5 &= 500(1.09)^5 + 600(1.09)^4 \\ &= 769.31 + 846.95 = \mathbf{1,616.26} \end{aligned}$$

- لنفترض أنك تستثمر 500 دولار في صندوق مشترك اليوم و600 دولار في عام واحد. إذا كان الصندوق يدفع 9% سنوياً، فما المبلغ الذي ستحصل عليه في غضون عامين؟

$$\begin{aligned} FV_2 &= 500(1.09)^2 + 600(1.09)^1 \\ &= 594.05 + 654.00 \\ &= \mathbf{1,248.05} \end{aligned}$$

- كم سيكون لديك في 5 سنوات إذا لم تقم بعمل ودائع أخرى؟

$$\begin{aligned} FV_5 &= 500(1.09)^5 + 600(1.09)^4 \\ &= 769.31 + 846.95 = \mathbf{1,616.26} \end{aligned}$$

- Suppose you plan to deposit \$100 in an account in one year and \$300 in the account in three years. How much will be in the account in five years if the interest rate is 8%?

$$\begin{aligned}FV_5 &= 100(1.08)^4 + 300(1.08)^2 \\&= 136.05 + 349.92 \\&= \mathbf{485.97}\end{aligned}$$

- افترض أنك تخطط لإيداع \$100 في حساب في سنة واحدة و \$300 في الحساب في غضون ثلاث سنوات. كم سيكون في الحساب في خمس سنوات إذا كان معدل الفائدة 8%؟

$$\begin{aligned}FV_5 &= 100(1.08)^4 + 300(1.08)^2 \\&= 136.05 + 349.92 \\&= \mathbf{485.97}\end{aligned}$$

- Sarah plans to deposit \$20,000 today in a bank account at Riyadh Bank. 10 years from today she expects to withdraw \$18,500. If the account pays 6% interest annually, how much will Sarah have left in the account 14 years from today?

$$FV = \$20,000(1.06)^{10}$$

$$= \$35,816.95$$

Remaining amount to invest = **Future Value – Expected withdrawal amount**

$$\text{Remaining amount to invest for 4 (14-10) years} =$$

$$\$35,816.95 - \$18,500 = \$17,316.95$$

$$FV = \$17,316.95 (1.06)^4$$

$$= \$21,862.25$$

- تخطط سارة لإيداع 20 ألف دولار اليوم في حساب مصرفي لدى بنك الرياض. بعد 10 سنوات من اليوم تتوقع أن تسحب 18500 دولار. إذا كان الحساب يدفع فائدة 6% سنوياً، كم سيبقى لسارة في الحساب بعد 14 عامًا من اليوم؟

$$FV = \$20,000(1.06)^{10}$$

$$= \$35,816.95$$

المبلغ المتبقي للاستثمار = القيمة المستقبلية – المبلغ المتوقع سحبه

$$\text{المبلغ المتبقي للاستثمار 4 (14-10) years} =$$

$$= \$35,816.95 - \$18,500 = \$17,316.95$$

$$FV = \$17,316.95 (1.06)^4$$

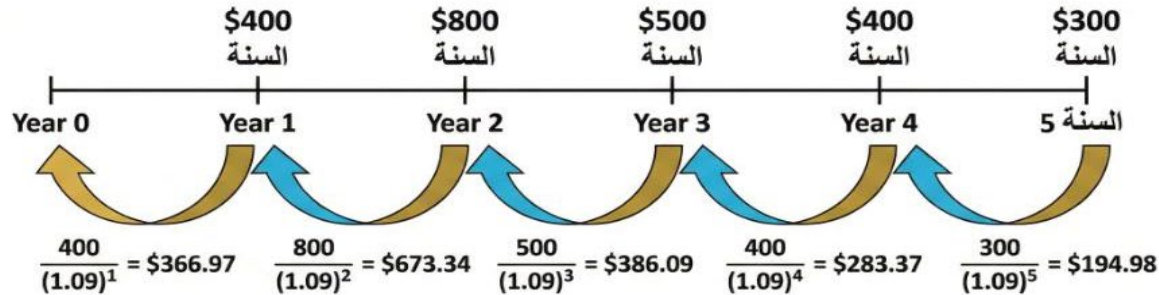
$$= \$21,862.25$$

Uneven Cash Flow

التدفقات النقدية غير المتساوية

- If the company must earn at least 9% on its investments, what is the maximum it should pay for this opportunity?
- This situation is depicted on the following timeline.

- إذا كان على الشركة أن تكسب 9% على الأقل من استثماراتها ، فما هو أقصى ما يجب أن تدفعه مقابل هذه الفرصة؟
- تم تصوير هذا الوضع على الخط الزمني التالي.



Total Present Value: \$1,904.75 / \$1,904.75 إجمالي القيمة الحالية:

القيمة الحالية للتدفقات غير المتساوية / Present Value of A Mixed Stream

- ❖ You are considering an investment that will pay you \$1,000 in one year, \$2,000 in two years and \$3,000 in three years. If you want to earn 10% on your money, how much would you be willing to pay?

$$PV = \frac{1,000}{(1.10)^1} + \frac{2,000}{(1.10)^2} + \frac{3,000}{(1.10)^3} = \$4,815.93$$

- ❖ Your broker calls you and tells you that he has this great investment opportunity. If you invest \$100 today, you will receive \$40 in one year and \$75 in two years. If you require a 15% return on investments of this risk, should you take this investment?

$$PV = \frac{40}{(1.15)^1} + \frac{75}{(1.15)^2} = 91.49$$

- ❖ أنت تفكر في استثمار يدفع لك 1000 دولار في عام واحد ، و 2000 دولار في عامين و 3000 دولار في ثلاث سنوات. إذا كنت ترغب في كسب 10% من أموالك ، فما المبلغ الذي ترغب في دفعه؟

$$PV = \frac{1,000}{(1.10)^1} + \frac{2,000}{(1.10)^2} + \frac{3,000}{(1.10)^3} = \$4,815.93$$

- ❖ يتصل بك وسيطك ويخبرك أن لديه هذه الفرصة الاستثمارية الرائعة إذا استثمرت 100 دولار اليوم ، فستتلقى 40 دولاراً في عام واحد و 75 دولاراً في عامين. إذا 75 دولاراً في عامين. إذا كنت تطلب عائداً بنسبة 15% على استثمارات من هذه المخاطرة ، فهل يجب عليك أخذ هذا الاستثمار؟

$$PV = \frac{40}{(1.15)^1} + \frac{75}{(1.15)^2} = 91.49$$

يجب أن أرفض هذا الاستثمار / Reject this investment.

- ◆ You are offered an opportunity to set aside some money for retirement. You will receive five annual payments of \$25,000 each beginning in 40 years. How much would you be willing to invest today if you desire an interest rate of 12%?

$$\begin{aligned}
 PV &= \frac{25,000}{(1.12)^{40}} + \frac{25,000}{(1.12)^{41}} + \\
 &+ \frac{25,000}{(1.12)^{42}} + \frac{25,000}{(1.12)^{43}} + \\
 &+ \frac{25,000}{(1.12)^{44}} \\
 &= \mathbf{\$1,084.71}
 \end{aligned}$$

- ◆ تُعرض عليك فرصة تخصيص بعض المال للتقاعد. ستتلقى خمس دفعات سنوية بقيمة \$25,000 كل كل منها تبدأ في 40 عامًا. ما المبلغ الذي ترغب في استثماره اليوم إذا كنت ترغب في سعر فائدة بنسبة 12%؟

$$\begin{aligned}
 PV &= \frac{25,000}{(1.12)^{40}} + \frac{25,000}{(1.12)^{41}} + \\
 &+ \frac{25,000}{(1.12)^{42}} + \frac{25,000}{(1.12)^{43}} + \\
 &+ \frac{25,000}{(1.12)^{44}} \\
 &= \mathbf{\$1,084.71}
 \end{aligned}$$

- ◆ REA, a subsidiary of Rwaida Al-Enezi Company, decided to build a water park resort in Hafar Al-Batin. The resort is located near Boudl Land, a giant entertainment complex expected to open in 2023. The cash flow for the resort is a mix of positive and negative cash flows (in millions of Saudi Riyals) as shown below. Assuming a discount rate of 5%, calculate value of all expected cash flows from this giant resort for 6 years.

◆ قررت REA التابعة لشركة رويدا العنزي بناء منتجع متنزه مائي في حفر الباطن. المنتجع يقع بالقرب من أمام بودل لاند ، وهو مجمع ترفيهي عملاق من المتوقع افتتاحه في عام 2023. التدفق النقدي للمنتجع عبارة عن مزيج من التدفقات النقدية الإيجابية والسلبية (بالملايين ريال سعودي) كما هو موضح أدناه. بافتراض معدل الخصم 5%، احسب قيمة جميع التدفقات النقدية المتوقعة من هذا المنتجع العملاق لمدة 6 سنوات.



Solution / الحل

Year	CF	r	PV
Year 1	250	5%	$250 / 1.05^1 = 238.095$
Year 2	250	5%	$250 / 1.05^2 = 226.757$
Year 3	-350	5%	$-350 / 1.05^3 = -302.343$
Year 4	500	5%	$500 / 1.05^4 = 411.351$
Year 5	500	5%	$500 / 1.05^5 = 391.763$
Year 6	500	5%	$500 / 1.05^6 = 373.108$
Total PV			1338.731

Annuities are a stream of equal periodic cash flows over a specified time period. These cash flows can be inflows of returns earned on investments or outflows of funds invested to earn future returns.

There are two types of annuities:

- **Ordinary Annuity** - is an annuity for which the cash flow occurs at the **end** of each period.
- **Annuity Due** - is an annuity for which the cash flow occurs at the **beginning** of each period.
- An **Annuity Due** is always **greater** than an **Ordinary Annuity** because interest will compound for an additional period.

الأقساط السنوية أو الدفعات هي تيار من التدفقات النقدية الدورية المتساوية ، خلال فترة زمنية محددة. يمكن أن تكون هذه التدفقات النقدية النقدية عبارة عن تدفقات من العائدات المحققة على الاستثمارات أو التدفقات الخارجة للأموال المستثمرة لكسب عوائد مستقبلية.

هناك نوعان من الأقساط:

- **القسط العادي Ordinary Annuity** - هو القسط الذي تدفقه النقدي يحدث في **نهاية** كل فترة.
- **القسط المستحق Annuity Due** هو القسط الذي تدفقه النقدي يحدث في **بداية** كل فترة.
- **القسط المستحق Annuity Due** دائمًا **أكبر** من الأقساط العادية **Ordinary Annuity** لأن الفائدة سوف تتراكم لفترة إضافية.

القيمة المستقبلية للقسط العادي والقسط المستحق

You can calculate the future value of an ordinary annuity that pays annual cash flows equal to CF using the following formula:

يمكنك حساب القيمة المستقبلية لقسط سنوي عادي يدفع تدفقات نقدية سنوية تساوي CF باستخدام المعادلة التالية:

Ordinary Annuity Formula

$$FV_n = CF * \left\{ \frac{[(1 + r)^n - 1]}{r} \right\}$$

Annuity Due Formula

$$FV_n = CF * \left\{ \frac{[(1 + r)^n - 1]}{r} \right\} * (1 + r)$$

$$\text{FV of Annuity Due} = \text{FV of Ordinary annuity} * (1+r)$$

Finding the Future Values of an Ordinary Annuity and an annuity due

القيمة المستقبلية للقسط العادي والقسط المستحق

The following table shows a comparison between ordinary annuities and annuities due (\$1,000, 5 years)

الجدول التالي يوضح مقارنة بين الأقساط العادية والأقساط المستحقة (\$1,000، 5 سنوات)

Year	Annual cash flows	
	Annuity A (ordinary)	Annuity B (annuity due)
0	\$ 0	\$1,000
1	1,000	1,000
2	1,000	1,000
3	1,000	1,000
4	1,000	1,000
5	1,000	0
Totals	<u>\$5,000</u>	<u>\$5,000</u>

Lecture 08

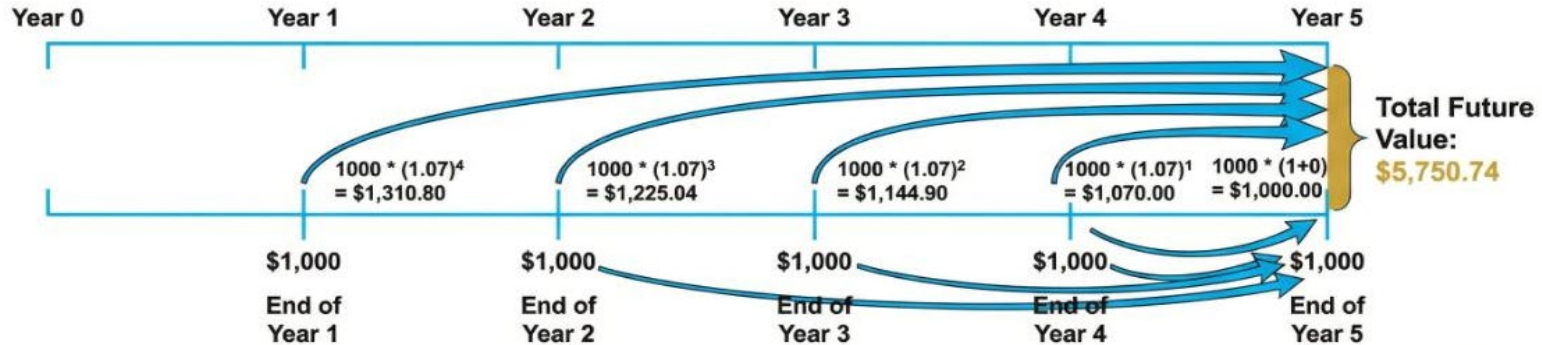
Finding the Future Values of an Ordinary Annuity and an annuity due

القيمة المستقبلية للقسط العادي والقسط المستحق

Amjad wishes to determine how much money she will have at the end of 5 years if she chooses Annuity A, the Ordinary Annuity, and it earns 7% annually. Annuity A is depicted graphically below:

$$FV_5 = \$1,000 * \left\{ \left[\frac{(1 + 0.07)^5 - 1}{0.07} \right] \right\} = \$5,750.74$$

This analysis can be depicted on a timeline as follows:



ترغب أمجاد في تحديد مقدار المال الذي ستحصل عليه في نهاية 5 سنوات إذا اختارت القسط السنوي A، القسط العادي (Annuity Ordinary) وكان يكسب 7% سنوياً. القسط A موضح بيانياً أدناه:

$$FV_5 = \$1,000 * \left\{ \left[\frac{(1 + 0.07)^5 - 1}{0.07} \right] \right\} = \$5,750.74$$

يمكن تصوير هذا التحليل في خط زمني على النحو التالي:

Lecture 08

Finding the Future Values of an Ordinary Annuity and an annuity due

القيمة المستقبلية للقسط العادي والقسط المستحق

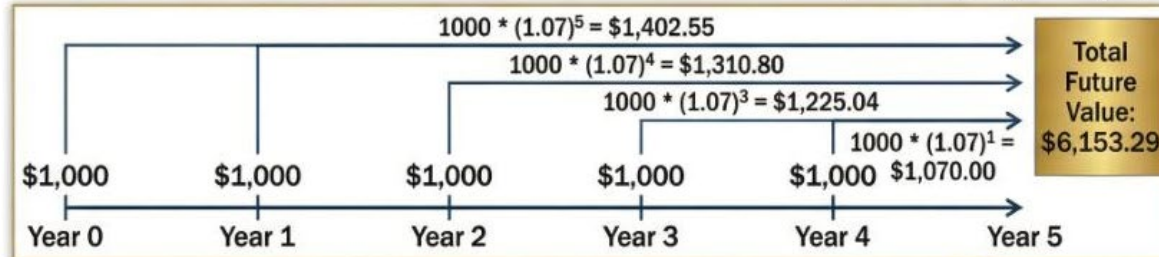
Amjad now wishes to choose between an ordinary annuity and an annuity due, both offering similar terms except for the timing of cash flows. We have already calculated the value of the ordinary annuity, but we need to calculate the value of the annuity due.

$$FV5 = CF * \left\{ \frac{[(1+r)^n - 1]}{r} \right\} * (1+r) = 1000 * \left\{ \frac{(1+0.07)^5 - 1}{0.07} \right\} * (1+0.07) = \$6153.29$$

Or

$$\begin{aligned} \text{FV of Annuity Due} &= \text{FV of Ordinary annuity} * (1+r) \\ &= \$5,750.74 * (1+0.07) = \$6153.29 \end{aligned}$$

This analysis can be depicted on a timeline as follows:



ترغب أمجاد الآن في الاختيار بين القسط السنوي العادي والقسط السنوي المستحق ، وكلاهما يقدم شروطاً مماثلة باستثناء توقيت التدفقات النقدية. لقد قمنا بالبحساب قيمة الأقساط السنوية العادية ، ولكننا بحاجة إلى حساب قيمة الأقساط السنوية المستحقة.

$$FV5 = CF * \left\{ \frac{[(1+r)^n - 1]}{r} \right\} * (1+r) = 1000 * \left\{ \frac{(1+0.07)^5 - 1}{0.07} \right\} * (1+0.07) = \$6153.29$$

أو

$$\begin{aligned} \text{FV of Annuity Due} &= \text{FV of Ordinary annuity} * (1+r) \\ &= \$5,750.74 * (1+0.07) = \$6153.29 \end{aligned}$$

يمكن تصوير هذا التحليل في خط زمني على النحو التالي:

Finding the Future Values of an Ordinary Annuity and an annuity due

القيمة المستقبلية للقسط العادي والقسط المستحق

Future value of ordinary annuity	Future value of annuity due
\$5,750.74	\$6,153.29

An **Annuity Due** is always **greater** than an **Ordinary Annuity** because interest will compound for an additional period.

Amjad will definitely choose the Annuity Due.

القسط المستحق **Annuity Due** دائماً أكبر من الأقساط **Ordinary Annuity** لأن الفائدة سوف تتراكم لفترة إضافية إضافية.

بكل تأكيد أمجاد سوف تختار Annuity Due

Lecture
08

Finding the Present Value of an Ordinary Annuity and annuity Due

القيمة الحالية للقسط العادي والقسط المستحق

You can calculate the present value of an ordinary annuity that pays annual cash flows equal to CF using the following formula:

يمكنك حساب القيمة الحالية لقسط سنوي عادي يدفع تدفقات نقدية سنوية تساوي CF باستخدام المعادلة التالية:

Ordinary Annuity Formula

$$PV_n = \frac{CF}{r} * \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right]$$

Annuity Due Formula

$$PV_n = \frac{CF}{r} * \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right] * (1+r)$$

$$PV \text{ of Annuity Due} = PV \text{ of Ordinary annuity} * (1+r)$$

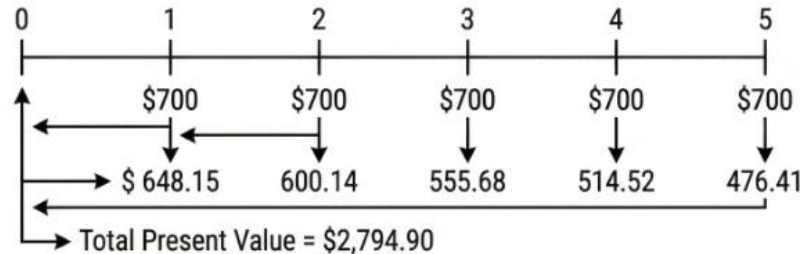
Finding the Present Value of an Ordinary Annuity and annuity Due

القيمة الحالية للقسط العادي والقسط المستحق

Sarah's company wants to determine the maximum amount it should pay to purchase a certain annuity. The annuity consists of cash flows of \$700 at the end of each year for 5 years. The company requires the annuity to provide a minimum return of 8%.

$$PV_n = \frac{700}{0.08} * \left[1 - \frac{1}{(1 + 0.08)^5} \right] = \$2794.90$$

This situation can be depicted on a timeline as follows:



تريد شركة سارة تحديد أقصى مبلغ يجب أن تدفعه لشراء قسط سنوي معين. يتكون القسط السنوي من التدفقات النقدية البالغة 700 دولار في نهاية كل عام لمدة 5 سنوات. تطلب الشركة القسط السنوي لتوفير حد أدنى للعائد يبلغ 8%.

$$PV_n = \frac{700}{0.08} * \left[1 - \frac{1}{(1 + 0.08)^5} \right] = \$2794.90$$

يمكن تصوير هذا الموقف في تسلسل زمني على النحو التالي:

Finding the Present Value of an Ordinary Annuity and annuity Due

القيمة الحالية للقسط العادي والقسط المستحق

If Sarah's company wants to determine the maximum amount it should pay to purchase a certain annuity. The annuity consists of cash flows of \$700 at the beginning of each year for 5 years. The company requires the annuity to provide a minimum return of 8%.

$$PV_n = \frac{700}{0.08} * \left[1 - \frac{1}{(1 + 0.08)^5} \right] * (1 + 0.08) = \$3018.5$$

إذا كانت شركة سارة تريد تحديد أقصى مبلغ يجب أن تدفعه لشراء قسط سنوي معين. يتكون القسط السنوي من التدفقات النقدية البالغة 700 دولار في بداية كل عام لمدة 5 سنوات. تطلب الشركة القسط السنوي لتوفير حد أدنى للعائد يبلغ 8%.

$$PV_n = \frac{700}{0.08} * \left[1 - \frac{1}{(1 + 0.08)^5} \right] * (1 + 0.08) = \$3018.5$$

Present value of ordinary annuity	Present value of annuity due
\$2,794.90	\$3,018.5

دائمًا ما تكون القيمة الحالية للقسط السنوي المستحق annuity due أعلى من القيمة الحالية للقسط السنوي العادي ordinary annuity. لماذا؟!.

لأن الأقساط المستحقة = الأقساط العادية X فترة واحدة إضافية

The present value of an annuity due is always higher than the present value of an ordinary annuity. Why!?

Because Annuity Due = Ordinary Annuity X one additional period

Using Excel in Solving Money Times values

استخدم الإكسل لحل مسائل علاقة المال مع الزمن

Problem Statement:

Ahmad deposited \$1,000,000 at 8% interest.
What will be the value after 5 years?

Given Data:

- $PV = \$1,000,000$
- $i = 8\%$
- $n = 5 \text{ years}$

Solution:

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$$FV = 1,000,000 \times (1.08)^5$$

\$1,469,328.08

نص المسألة:

وضع أحمد مبلغ مليون دولار بفائدة 8% كم
يصبح هذا المبلغ بعد مرور 5 سنوات؟

البيانات المعطاة:

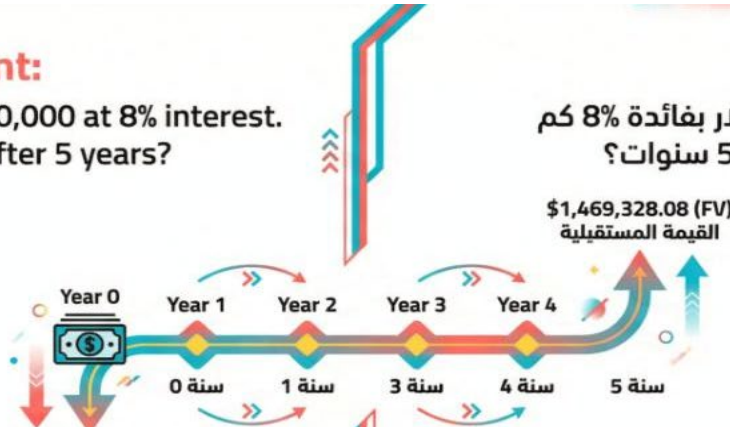
- $PV = \$1,000,000$
- $i = 8\%$
- 5 سنوات

الحل:

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$$FV = 1,000,000 \times (1.08)^5$$

\$1,469,328.08



Problem Statement:

Fatima wants to receive \$20 million after 5 years. If the interest rate is 8% annually, how much should she invest today?

Given Data:

- FV = \$20,000,000
- i = 8%
- n = 5 years

Solution:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

$$PV = \frac{20,000,000}{(1.08)^5}$$

$$PV = 13,611,663.94$$

\$ \$13,611,663.94

نص المسألة:

تريد فاطمة الحصول على مبلغ 20 مليون دولار بعد 5 سنوات. إذا كان معدل الفائدة 8% سنوياً، كم يجب أن تستثمر اليوم؟

البيانات المعطاة:

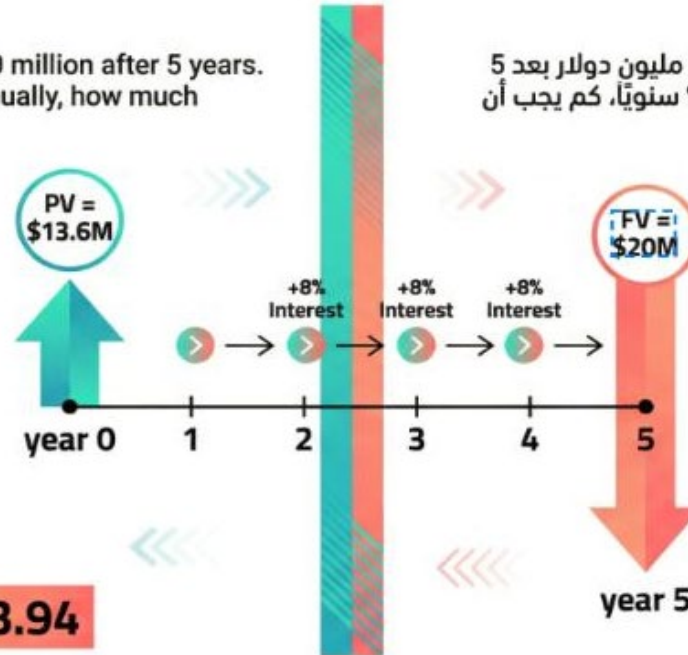
- FV = \$20,000,000
- i = 8%
- n = 5 سنوات

الحل:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

$$PV = \frac{20,000,000}{(1.08)^5}$$

$$PV = 13,611,663.94$$



Problem Statement

Mahmoud wants to get a loan of **\$5 million** at 8% annual interest rate for 5 years. What is the equal annual payment?

Given Data

- ◆ $PV = \$5,000,000$
- ◆ $i = 8\%$
- ◆ $n = 5 \text{ years}$

Solution

$$PMT = PV \times [i(1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

$$PMT = 5,000,000 \times [0.08(1.08)^5] / [(1.08)^5 - 1]$$

$$PMT = \$1,252,282.27$$

نص المسألة

يريد محمود الحصول على قرض بقيمة 5 مليون دولار بمعدل فائدة 8% سنوياً لمدة 5 سنوات. كم تكون الدفعة السنوية المتساوية؟

البيانات المعطاة

- ◆ $PV = \$5,000,000$
- ◆ $i = 8\%$
- ◆ 5 سنوات

الحل

$$PMT = PV \times [i(1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

$$PMT = 5,000,000 \times [0.08(1.08)^5] / [(1.08)^5 - 1]$$

$$PMT = 1,252,282.27$$

+ \$5,000,000

Year 0

Year 1

Year 2

Year 3

Year 4

Year 5

\$1,252,282.27

\$1,252,282.27

\$1,252,282.27

\$1,252,282.27

\$1,252,282.27

Problem Statement:

Sarah will receive annual payments of \$1,000,000 for 5 years at 8% annual interest rate. What is the present value of these payments (today)?

Given Data:

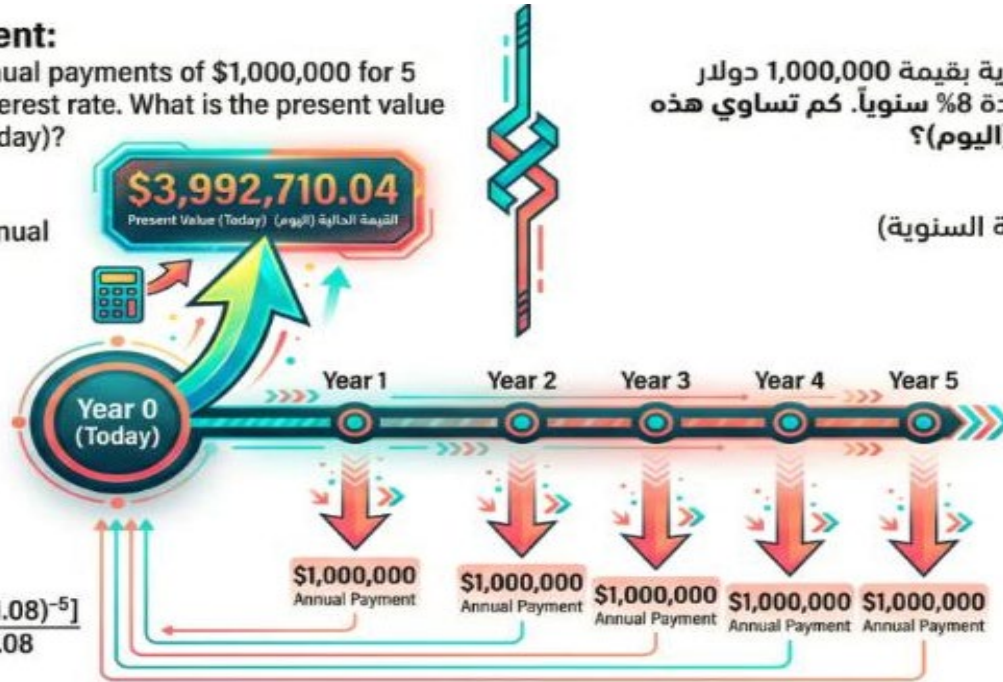
- A = \$1,000,000 (Annual Payment)
- i = 8%
- n = 5 years

Solution:

$$PV = A \times \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$PV = 1,000,000 \times \frac{[1 - (1.08)^{-5}]}{0.08}$$

$$PV = 3,992,710.04$$

**نص المسألة:**

ستتلقى سارة دفعات سنوية بقيمة 1,000,000 دولار لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 8% سنوياً. كم تساوي هذه الدفعات بقيمتها الحالية (اليوم)؟

البيانات المعطاة:

- A = \$1,000,000 (الدفعة السنوية)
- i = 8%
- n = 5 سنوات

الحل:

$$PV = A \times \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$PV = 1,000,000 \times \frac{[1 - (1.08)^{-5}]}{0.08}$$

$$PV = 3,992,710.04$$

Education Fund - PV at Year 17 | مسألة تمويل التعليم - القيمة الحالية عند السنة 17

Problem Statement:

Ahmad's child was born today. Ahmad wants to know how much should be in the account when his child turns 17 so he can withdraw \$10,000 annually for 5 years (ages 18-22) to cover university expenses. If the interest rate is 8% annually, what is the present value at Year 17?

Given Data:

- Annual Payment = \$10,000
- Interest Rate = 8%
- Child's age at start = 18
- Number of payment years = 5 years (18-22)
- Required: Present Value at Year 17

Solution:

$$PV(17) = 10,000 \times \frac{[1 - (1.08)^{-5}]}{0.08}$$

$$PV(17) = 10,000 \times 3.9927$$

$$PV(17) = 39,927.10$$

Result:
\$39,927.10

نص المسألة:
ولد لأحمد طفل اليوم. يريد أحمد أن يعرف كم يجب أن يكون لديه في الحساب عندما يبلغ طفله 17 سنة ليتمكن من سحب 10,000 دولار سنوياً لمدة 5 سنوات (من عمر 18 إلى 22) لتغطية نفقات الجامعة. إذا كان معدل الفائدة 8% سنوياً، كم تكون القيمة الحالية عند السنة 17؟

البيانات المعطاة:

- الدفعة السنوية = \$10,000
- معدل الفائدة = 8%
- عمر الطفل عند البدء = 18
- عدد سنوات الدفع = 5 سنوات (18-22)
- المطلوب: القيمة الحالية عند السنة 17

الحل:

$$PV(17) = 10,000 \times \frac{[1 - (1.08)^{-5}]}{0.08}$$

$$PV(17) = 10,000 \times 3.9927$$

$$PV(17) = 39,927.10$$

النتيجة:
39,927.10 دولار



Lecture 08

Education Fund مسألة تمويل التعليم

Step 2: Discount the value from Year 17 to Year 0

After calculating PV at Year 17 = \$39,927.10

\$39,927.10 (PV at Year 17)

(from previous step)

Now we discount this amount to Year 0 (birth year)

Formula:

$$PV(0) = \frac{PV(17)}{(1+i)^{17}}$$

Solution:

$$PV(0) = \frac{39,927.10}{(1.08)^{17}}$$

$$PV(0) = \frac{39,927.10}{3.6963}$$

Final Result:

\$10,791.06 (PV at Year 0)

Ahmad should deposit \$10,791.06 in the account today (Year 0)
So his child can withdraw \$10,000 annually for 5 years from age 18 to 22

الخطوة الثانية: خصم القيمة من السنة 17 إلى السنة 0

بعد حساب PV عند السنة 17 = \$39,927.10

\$39,927.10 (قيمة حالية عند السنة 17)

(من الخطوة السابقة)

الآن نخصم هذا المبلغ إلى السنة 0 (سنة الولادة)

الصيغة:

$$PV(0) = \frac{PV(17)}{(1+i)^{17}}$$

الحل:

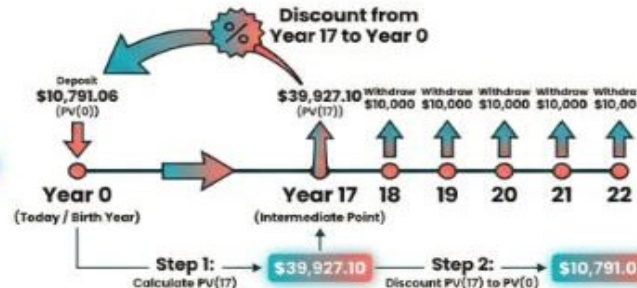
$$PV(0) = \frac{39,927.10}{(1.08)^{17}}$$

$$PV(0) = \frac{39,927.10}{3.6963}$$

النتيجة النهائية:

\$10,791.06
(قيمة حالية عند السنة 0)

يجب على أحمد أن يضع 10,791.06 دولار في الحساب اليوم (السنة 0) ليتمكن طفله من سحب 10,000 دولار سنوياً لمدة 5 سنوات من عمر 18 إلى 22



A Summary of the Mathematical Relationships for the Time Value of Money

تلخيص العلاقات الرياضية لعلاقة المال مع الزمن

Lecture 08

Summary of Mathematical Formulas ملخص العلاقات الرياضية

SECTION A: Simple Interest

$$SI = P \times i \times n$$

→ Calculates simple interest earned

$$P = \frac{FV}{1 + i \times n}$$

→ Principal (present value) from future value

$$n = \frac{FV - P}{P \times i}$$

→ Number of periods from known values

$$FV = P \times (1 + i \times n)$$

→ Future value with simple interest

$$i = \frac{FV - P}{P \times n}$$

→ Interest rate from known values

SECTION A الفائدة البسيطة

$$SI = P \times i \times n$$

→ تحسب الفائدة البسيطة المكتسبة

$$P = \frac{FV}{1 + i \times n}$$

→ المبلغ الأصلي من القيمة المستقبلية

$$FV = P \times (1 + i \times n)$$

→ القيمة المستقبلية بالفائدة البسيطة

$$i = \frac{FV - P}{P \times n}$$

→ معدل الفائدة من القيم المعروفة

$$n = \frac{FV - P}{P \times i}$$

→ عدد الفترات من القيم المعروفة

SECTION B: Compound Interest

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

→ Future value with compound interest

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

→ Present value discounted at compound rate

$$i = (FV/PV)^{\frac{1}{n}} - 1$$

→ Compound interest rate

$$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1 + i)}$$

→ Number of compounding periods

B، الفائدة المركبة

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

→ القيمة المستقبلية بالفائدة المركبة

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

→ القيمة الحالية بخصم الفائدة المركبة

$$i = (FV/PV)^{\frac{1}{n}} - 1$$

→ معدل الفائدة المركبة

$$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1 + i)}$$

→ عدد فترات التركيب

Lecture 08

Summary of Mathematical Formulas ملخص العلاقات الرياضية

SECTION A: Future Value (Single Amount)

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

→ Calculates future value of a present amount

$$FV = PV \times (1 + i/m)^{(m \times n)}$$

→ Future value with multiple compounding periods per year

$$FV = PV \times e^{ixn}$$

→ Future value with continuous compounding

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

→ Present value from future amount

$$i = (FV/PV)^{\frac{1}{n}} - 1$$

→ Interest rate from FV and PV

$$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1 + i)}$$

→ Number of periods from FV and PV

SECTION B: Present Value (Single Amount)

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

→ Discounts future cash flow to present value

$$PV = \frac{FV}{(1 + i/m)^{m \times n}}$$

→ Present value with multiple compounding periods

$$PV = FV \times e^{-ixn}$$

→ Present value with continuous discounting

$$\text{Discount Factor} = \frac{1}{(1 + i)^n}$$

→ Factor used to discount future amounts

A القيمة المستقبلية (مبلغ واحد)

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

→ حساب القيمة المستقبلية لمبلغ حالي

$$FV = PV \times (1 + i/m)^{(m \times n)}$$

→ القيمة المستقبلية مع فترات تركيب متعددة سنوياً

$$FV = PV \times e^{ixn}$$

→ القيمة المستقبلية مع التركيب المستمر

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

→ القيمة الحالية من المبلغ المستقبلي

$$i = (FV/PV)^{\frac{1}{n}} - 1$$

→ معدل الفائدة من القيمة المستقبلية والحالية

$$n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1 + i)}$$

→ عدد الفترات من القيمة المستقبلية والحالية

القيمة الحالية (مبلغ واحد)

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

→ خصم التدفق النقدي المستقبلي إلى القيمة الحالية

$$PV = \frac{FV}{(1 + i/m)^{m \times n}}$$

→ القيمة الحالية مع فترات تركيب متعددة

$$PV = FV \times e^{-ixn}$$

→ القيمة الحالية مع الخصم المستمر

$$\text{عامل الخصم} = \frac{1}{(1 + i)^n}$$

→ عامل يستخدم لخصم المبالغ المستقبلية

Lecture 08

Summary of Mathematical Formulas ملخص العلاقات الرياضية

SECTION A: Future Value of Annuities

$$FV_n (OA) = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \rightarrow \text{Future value of ordinary annuity (payment at end of period)}$$

$$FV_n (AD) = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \times (1+i) \rightarrow \text{Future value of annuity due (payment at beginning of period)}$$

$$FV_n (AD) = FV_n (OA) \times (1+i) \rightarrow \text{Relationship between annuity due and ordinary annuity}$$

$$PMT = \frac{FV_n}{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]} \rightarrow \text{Payment amount from desired future value}$$

$$FVIF (\text{Annuity}) = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \rightarrow \text{Future value interest factor for annuity}$$

SECTION B: Present Value of Annuities

$$PV_n (OA) = PMT \times \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] / i \rightarrow \text{Present value of ordinary annuity}$$

$$PV_n (AD) = PMT \times \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] / \times (1+i) \rightarrow \text{Present value of annuity due}$$

$$PV_n (AD) = PV_n (OA) \times (1+i) \rightarrow \text{Relationship between annuity due and ordinary annuity}$$

$$PMT = PV_n / \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \rightarrow \text{Payment amount from present value}$$

$$PVIF (\text{Annuity}) = \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] / i \rightarrow \text{Present value interest factor for annuity}$$

SECTION A: القيمة المستقبلية للأقساط

$$FV_n (OA) = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \rightarrow \text{القيمة المستقبلية للقسط العادي (الدفع في نهاية الفترة)}$$

$$FV_n (AD) = PMT \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \times (1+i) \rightarrow \text{القيمة المستقبلية للقسط المستحق (الدفع في بداية الفترة)}$$

$$FV_n (AD) = FV_n (OA) \times (1+i) \rightarrow \text{العلاقة بين القسط المستحق والقسط العادي}$$

$$PMT = \frac{FV_n}{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]} \rightarrow \text{مبلغ الدفع من القيمة المستقبلية المطلوبة}$$

$$FVIF (\text{Annuity}) = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \rightarrow \text{عامل الفائدة للقيمة المستقبلية للقسط}$$

SECTION B: القيمة الحالية للأقساط

$$PV_n (OA) = PMT \times \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] / i \rightarrow \text{القيمة الحالية للقسط العادي}$$

$$PV_n (AD) = PMT \times \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] / \times (1+i) \rightarrow \text{القيمة الحالية للقسط المستحق}$$

$$PV_n (AD) = PV_n (OA) \times (1+i) \rightarrow \text{العلاقة بين القسط المستحق والقسط العادي}$$

$$PMT = PV_n / \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \rightarrow \text{مبلغ الدفع من القيمة الحالية}$$

$$PVIF (\text{Annuity}) = \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] / i \rightarrow \text{عامل الفائدة للقيمة الحالية للقسط}$$

Time is Money

الوقت هو المال

ملاحظة: لشرح مسائل علاقة المال مع الزمن تم الاعتماد على مجموعة من المسائل من مقرر إدارة مالية متقدمة للدكتور عبدالعزيز اليوسفي- جامعة حفر الباطن

Thank You