

Operations Research

Prepared by Dr. Mohamed Eassa

IT 262
Operations Research

Lecture 9



Assignment Problem

Part Two

Lecture 9

IT 262

Operations Research

Prepared by

Dr. Mohamed Eassa

Lecture 9 Topics

- ❖ Assignment Problem
- ❖ Balanced Assignment Problem
- ❖ Unbalanced Assignment Problem
- ❖ Optimal Solution

Assignment Problem

The Hungarian Method

- It is algorithm to solve assignment problem.
 - Balanced assignment problem: no. of tasks = no. of machines.
 - Depend on the cost matrix only.
 - Apply on assignment problem from type : Min Z.

Assignment Problem

The Hungarian Method

Let the cost matrix for assignment as follows

c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	$\rightarrow p_1$
c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	$\rightarrow p_2$
c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	$\rightarrow p_3$
c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{44}	$\rightarrow p_4$

Step 1: For each row k determine the smallest element, let it be p_k

خطوة 1: لكل صف k نحدد أصغر عنصر وهو p_k

$$p_k = \min \{c_{kj} : j = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

Assignment Problem

The Hungarian Method

خطوه 2: لكل صف k اطرح العنصر الأصغر p_k من كل عنصر في الصف لتنتج المصفوفة الجديدة.

$c_{11} - p_1$	$c_{12} - p_1$	$c_{13} - p_1$	$c_{14} - p_1$
$c_{21} - p_2$	$c_{22} - p_2$	$c_{23} - p_2$	$c_{24} - p_2$
$c_{31} - p_3$	$c_{32} - p_3$	$c_{33} - p_3$	$c_{34} - p_3$
$c_{41} - p_4$	$c_{42} - p_4$	$c_{43} - p_4$	$c_{44} - p_4$

Assignment Problem

The Hungarian Method

خطوه 2: لتكن المصفوفة الناتجة

d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}
d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}
d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}
d_{41}	d_{42}	d_{43}	d_{44}
↓	↓	↓	↓
q_1	q_2	q_3	q_4

خطوه 3: لكل عمود k حدد العنصر الأصغر وليكن q_k

$$q_k = \min \{d_{ik} : i = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

Assignment Problem

The Hungarian Method

خطوه 4: لكل عمود k اطرح العنصر الأصغر q_k من كل عنصر في العمود لتنتج المصفوفة الجديدة

$d_{11} - q_1$	$d_{12} - q_2$	$d_{13} - q_3$	$d_{14} - q_4$
$d_{21} - q_1$	$d_{22} - q_2$	$d_{23} - q_3$	$d_{24} - q_4$
$d_{31} - q_1$	$d_{32} - q_2$	$d_{33} - q_3$	$d_{34} - q_4$
$d_{41} - q_1$	$d_{42} - q_2$	$d_{43} - q_3$	$d_{44} - q_4$

Assignment Problem

The Hungarian Method

خطوه 5: اوجد اقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية او العمودية لتغطيه جميع الأصفار في المصفوفة.

Step 5: Cover all zeros with a minimum number of lines

خطوه 6: إذا كن عدد الخطوط الأفقية والعمودية = عدد الصفوف (او الأعمدة) $\longleftrightarrow$ الحل الأمثل (توقف)

Step 6: when number of vertical and horizontal lines = number of rows (or columns) $\rightarrow$ Optimal solution

خطوه 7: إذا كن عدد الخطوط الأفقية والعمودية $>$ عدد الصفوف (او الأعمدة)

• حدد اقل عنصر من العناصر الغير مغطاة بخط افقي او عمودي وليكن h

$$h = \min \{ d_{ij} - q_j : \text{cell } (i,j) \text{ is not covered} \}$$

• اطرح من جميع العناصر الغير المغطاة العدد h

• اصف القيمة h الى جميع العناصر المغطاة بخطين (خط أفقي وخط عمودي) $\longleftarrow$ نقاط التقاطع

خطوه 8: انتقل لخطوه 5

Assignment Problem

The Hungarian Method

تحديد الحل الأمثل

في المصفوفة النهائية

أولاً: ركز على عدد الخلايا الصفيرية المنفردة

1. حدد الخلية الصفيرية المنفردة في الصف i والعمود j (إن وجد) ولتكن خلية (i,j) واجعل $x_{ij}^* = 1$ ثم احذف صف i و عمود j
2. حدد الخلية الصفيرية المنفردة في الصف فقط (إن وجد) ولتكن خلية (i,j) واجعل $x_{ij}^* = 1$ ثم احذف صف i و عمود j
3. حدد الخلية الصفيرية المنفردة في العمود فقط (إن وجد) ولتكن خلية (i,j) واجعل $x_{ij}^* = 1$ ثم احذف صف i و عمود j

Assignment Problem

The Hungarian Method

تحديد الحل الأمثل

في المصفوفة النهائية

ثانياً: ركز على عدد الخلايا الصفيرية في الصف

1. اختر الصف ذو اقل خلايا صفيره وليكن صف k واختر الخلية الصفيرية ذات اقل تكلفه في الصف k ولتكن خليه (k,j) واجعل $x_{kj}^* = 1$ ثم احذف صف k و عمود j

2. اذا تساوت الصفوف في عدد الخلايا الصفيرية طبق الطريقة في (1) على الأعمدة.

Assignment Problem

Problem 1

Problem 1:

	Program A	Program B	Program C	Program D	Program E
Programmer-1	160	130	175	150	200
Programmer-2	135	120	130	160	175
Programmer-3	140	110	115	170	185
Programmer-4	50	50	80	80	110
Programmer-5	55	35	70	80	105

Assignment Problem

Problem 1

حدد العنصر الأصغر في كل صف

160	130	175	190	200	$\rightarrow p_1 = 130$
135	120	130	160	175	$\rightarrow p_2 = 120$
140	110	155	170	185	$\rightarrow p_3 = 110$
50	50	80	80	110	$\rightarrow p_4 = 50$
55	35	70	80	105	$\rightarrow p_5 = 35$

Assignment Problem

Problem 1

كون المصفوفة الناتجة من طرح كل عنصر في المصفوفة من العنصر الأصغر في كل صف

30	0	45	60	70
15	0	10	40	55
30	0	45	60	75
0	0	30	30	60
20	0	35	45	70

Assignment Problem

Problem 1

حدد العنصر الأصغر في كل عمود

30	0	45	60	70
15	0	10	40	55
30	0	45	60	75
0	0	30	30	60
20	0	35	45	70
↓	↓	↓	↓	↓
q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
0	0	10	30	55

Assignment Problem

Problem 1

كون المصفوفة الناتجة من طرح كل عنصر في المصفوفة من العنصر الأصغر في كل عمود

30	0	35	30	15
15	0	0	10	0
30	0	35	30	20
0	0	20	0	5
20	0	25	15	15

Assignment Problem

Problem 1

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

30	0	35	30	15
15	0	0	10	0
30	0	35	30	20
0	0	20	0	5
20	0	25	15	15

Assignment Problem

Problem 1

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

30	0	35	30	15
15	0	0	10	0
30	0	35	30	20
0	0	20	0	5
20	0	25	15	15

Assignment Problem

Problem 1

تغطيه الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

30	0	35	30	15
15	0	0	10	0
30	0	35	30	20
0	0	20	0	5
20	0	25	15	15

عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف او الأعمدة

Assignment Problem

Problem 1

عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف او الأعمدة

30	0	35	30	15
15	0	0	10	0
30	0	35	30	20
0	0	20	0	5
20	0	25	15	15

اطرح العنصر الأصغر من العناصر الغير مغطاه

اضف العنصر الأصغر على العناصر المغطاه بخطين (نقاط التقاطع)

Assignment Problem

Problem 1

30-15	0	35-15	30-15	15-15
15	0+15	0	10	0
30-15	0	35-15	30-15	20-15
0	0+15	20	0	5
20-15	0	25-15	15-15	15-15

اطرح العنصر الأصغر من العناصر الغير مغطاه

اضف العنصر الأصغر على العناصر المغطاه بخطين (نقاط التقاطع)

Assignment Problem

Problem 1

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

Assignment Problem

Problem 1

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

Assignment Problem

Problem 1

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

Assignment Problem

Problem 1

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

Assignment Problem

Problem 1

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

Assignment Problem

Problem 1

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

عدد الخطوط = من عدد الصفوف او الأعمدة

الحل الأمثل

Assignment Problem

Problem 1

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

عدد الخطوط = من عدد الصفوف او الأعمدة

الحل الأمثل

Assignment Problem

Problem 1

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

$$x_{32}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

15		20	15	0
15		0	10	0
0		20	0	5
5		10	0	0

$$x_{32}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

15		20	15	0
15		0	10	0
0		20	0	5
5		10	0	0

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

15		0	10	
0		20	0	
5		10	0	

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

15		0	10	
0		20	0	
5		10	0	

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1 \quad x_{23}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

0			0	
5			0	

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1 \quad x_{23}^* = 1 \quad x_{54}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

0				

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1 \quad x_{23}^* = 1 \quad x_{54}^* = 1 \quad x_{41}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1 \quad x_{23}^* = 1 \quad x_{54}^* = 1 \quad x_{41}^* = 1$$

Assignment Problem

Problem 1

	Program A	Program B	Program C	Program D	Program E
Programmer 1	160	130	175	150	200
Programmer 2	135	120	130	160	175
Programmer 3	140	110	115	170	185
Programmer 4	50	50	80	80	110
Programmer 5	55	35	70	80	105

15	0	20	15	0
15	15	0	10	0
15	0	20	15	5
0	15	20	0	5
5	0	10	0	0

Programmer 1 is assigned to Program E

Programmer 2 is assigned to Program C

Programmer 3 is assigned to Program B

Programmer 4 is assigned to Program A

Programmer 5 is assigned to Program D

$$x_{32}^* = 1 \quad x_{15}^* = 1 \quad x_{23}^* = 1 \quad x_{54}^* = 1 \quad x_{41}^* = 1$$

$$\text{Total cost of time} = 200 + 130 + 110 + 50 + 80 = 570$$

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

Problem 2:

شركة تطوير عقاري اسند إليها تنفيذ خمس مشاريع (Proj-1,proj-2,proj-3,proj-4,proj-5) تمتلك هذه الشركة أربع فرق انشاء مختلفه تتفاوت فيما بينهما بالمعدات والإمكانات واعداد العمال وهي على الترتيب (Team-1, Team-2, Team-3, Team-4) يستغرق كل فريق وقت (بالأشهر) لإنجاز أي من المشاريع حسب ما هو موضح في الجدول التالي. ويعتبر Team-3 هو اقوى فريق للتجهيز ويمكن ان يعمل هذا الفريق على مشروعين في نفس الوقت غير ان سرعه الإنجاز لهذا الفريق ستتنقص الى نصف سرعته فيما لو تركز عمل الفريق على إنجاز مشروع واحد.

	Proj-1	Proj-2	Proj-3	Proj-4	Proj-5
Team-1	12	6	11	24	6
Team-2	15	9	13	17	5
Team-3	10	5	6	9	3
Team-4	13	12	9	20	4

Unbalanced problem

➤ عدد المشاريع < عدد فرق التطوير

➤ مشكله الإسناد غير متوازنة

➤ يجب على فريق Team-3 ان يعمل على إنجاز مشروعات

➤ ليكن فريق Team-3 مكون من فريقين بحث:

▪ Team-31 : الفريق الذي يعمل المشروع الأول

▪ Team-32 : الفريق الذي يعمل المشروع الثاني

• المدة (بالأشهر) Team-31 و Team-32 لإنجاز أي مشروع = ضعف مدة إنجاز ل Team-3

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

	Proj-1	Proj-2	Proj-3	Proj-4	Proj-5
Team-1	12	6	11	24	6
Team-2	15	9	13	17	5
Team-3	10	5	6	9	3
Team-4	13	12	9	20	4



	Proj-1	Proj-2	Proj-3	Proj-4	Proj-5
Team-1	12	6	11	24	6
Team-2	15	9	13	17	5
Team-31	20	10	12	18	6
Team-32	20	10	12	18	6
Team-4	13	12	9	20	4

Problem 2

Unbalanced problem

حدد العنصر الأصغر في كل صف

12	6	11	24	6	$\rightarrow p_1 = 6$
15	9	13	17	5	$\rightarrow p_2 = 5$
20	10	12	18	6	$\rightarrow p_3 = 6$
20	10	12	18	6	$\rightarrow p_4 = 6$
13	12	9	20	4	$\rightarrow p_5 = 4$

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

6	0	5	18	0
10	4	8	12	0
14	4	6	12	0
14	4	6	12	0
9	8	5	16	0

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

حدد العنصر الأصغر في كل عمود

6	0	5	18	0
10	4	8	12	0
14	4	6	12	0
14	4	6	12	0
9	8	5	16	0
↓	↓	↓	↓	↓
q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
6	0	5	12	0

Problem 2

Unbalanced problem

كون المصفوفة الناتجة من طرح كل عنصر في المصفوفة من العنصر الأصغر في كل عمود

0	0	0	6	0
4	4	3	0	0
8	4	1	0	0
8	4	1	0	0
3	8	0	4	0

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	6	0
4	4	3	0	0
8	4	1	0	0
8	4	1	0	0
3	8	0	4	0

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	6	0
4	4	3	0	0
8	4	1	0	0
8	4	1	0	0
3	8	0	4	0

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	6	0
4	4	3	0	0
8	4	1	0	0
8	4	1	0	0
3	8	0	4	0

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	6	0
4	4	3	0	0
8	4	1	0	0
8	4	1	0	0
3	8	0	4	0

عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف او الأعمدة

0	0	0	6	0
4	4	3	0	0
8	4	1	0	0
8	4	1	0	0
3	8	0	4	0

اطرح العنصر الأصغر من العناصر الغير مغطاه

اضف العنصر الأصغر على العناصر المغطاه بخطين (نقاط التقاطع)

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

0	0	0	6+1	0+1
4-1	4-1	3-1	0	0
8-1	4-1	1-1	0	0
8-1	4-1	1-1	0	0
3	8	0	4+1	0+1

اطرح العنصر الأصغر من العناصر الغير مغطاه

اضف العنصر الأصغر على العناصر المغطاه بخطين (نقاط التقاطع)

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطيه الخلايا الصفريه بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	7	1
3	3	2	0	0
7	3	0	0	0
7	3	0	0	0
3	8	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	7	1
3	3	2	0	0
7	3	0	0	0
7	3	0	0	0
3	8	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطيه الخلايا الصفريه بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	7	1
3	3	2	0	0
7	3	0	0	0
7	3	0	0	0
3	8	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	7	1
3	3	2	0	0
7	3	0	0	0
7	3	0	0	0
3	8	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	0	7	1
3	3	2	0	0
7	3	0	0	0
7	3	0	0	0
3	8	0	5	1

عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف او الأعمدة

0	0	0	7	1
3	3	2	0	0
7	3	0	0	0
7	3	0	0	0
3	8	0	5	1

اطرح العنصر الأصغر من العناصر الغير مغطاه

اضف العنصر الأصغر على العناصر المغطاه بخطين (نقاط التقاطع)

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

0	0	0+3	7+3	1+3
3-3	3-3	2	0	0
7-3	3-3	0	0	0
7-3	3-3	0	0	0
3-3	8-3	0	5	1

اطرح العنصر الأصغر من العناصر الغير مغطاه

اضف العنصر الأصغر على العناصر المغطاه بخطين (نقاط التقاطع)

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

تغطية الخلايا الصفرية بأقل عدد من الخطوط الأفقية والعمودية

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

عدد الخطوط = من عدد الصفوف او الأعمدة

الحل الأمثل

Assignment Problem

Problem 2

Unbalanced problem

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

عدد الخطوط = من عدد الصفوف او الأعمدة

الحل الأمثل

Assignment Problem

Problem 2

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

→ الصف الأقل أصفار

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

→ المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

→ الصف الأقل أصفار

$$x_{12}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

→ المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

0		2	0	0
4		0	0	0
4		0	0	0
0		0	5	1

$$x_{12}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

0		2	0	0
4		0	0	0
4		0	0	0
0		0	5	1

→ الصف الأقل أصفار

$$x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

→ المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

0			0	0
4			0	0
4			0	0

→ الصف الأقل أصفار

$$x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

→ المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

0				0	0
4				0	0
4				0	0

↓
العمود الأقل أصفار

$$x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

→ المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

	+	+	+	+
	+	+		
	+	+	0	0
	+	+	0	0

$$x_{21}^* = 1 \quad x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

			0	0
			0	0

Team 3

$$x_{21}^* = 1 \quad x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1 \quad x_{34}^* = 1 \quad x_{45}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

Team 3

$$x_{21}^* = 1 \quad x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1 \quad x_{34}^* = 1 \quad x_{45}^* = 1$$

12	6	11	24	6
15	9	13	17	5
20	10	12	18	6
20	10	12	18	6
13	12	9	20	4

المسألة الأصلية

Assignment Problem

Problem 2

	Proj-1	Proj-2	Proj-3	Proj-4	Proj-5
Team-1	12	6	11	24	6
Team-2	15	9	13	17	5
Team-31	20	10	12	18	6
Team-32	20	10	12	18	6
Team-4	13	12	9	20	4

0	0	3	10	4
0	0	2	0	0
4	0	0	0	0
4	0	0	0	0
0	5	0	5	1

$$x_{21}^* = 1 \quad x_{12}^* = 1 \quad x_{53}^* = 1 \quad x_{34}^* = 1 \quad x_{45}^* = 1$$

Team-1 is assigned to Proj-2

Team-2 is assigned to Proj-1

Team-3 is assigned to Proj-4

Team-3 is assigned to Proj-5

Team-4 is assigned to Proj-3

Total cost of time = 6 + 15 + 18 + 6 + 9 = 54 Months



Thank You