

# Critical Thinking

Prepared by Dr. Ahmed Alqarni

MGM115

Lecture 7



# Categorical and Propositional Logics

Mostly from Critical Thinking, Bassham and others

# Categorical and Propositional Logics

تتضمن هذه المحاضرة:

1. المنطق او البيانات الفئوية او القاطعة

2. \*\*المنطق الافتراضي (الاقتراحي)\*\*

**المنطق او البيان القاطع:** هو عبارة تُقدّم ادعاءً حول العلاقة بين فئتين أو أكثر من الأشياء. في هذه المحاضرة، سنتناول ما يُعرف بـ "البيانات القاطعة القياسية"، والتي تأخذ أحد الأشكال الأربعة التالية:

١. كل  $S$  هي  $P$

(مثال: كل الديمقراطيين ليبراليون)

٢. لا يوجد  $S$  هي  $P$

(مثال: لا يوجد ديمقراطيون ليبراليون)

٣. بعض  $S$  هي  $P$

(مثال: بعض الديمقراطيين ليبراليون)

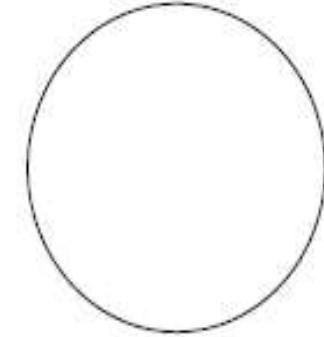
٤. بعض  $S$  ليست  $P$

(مثال: بعض الديمقراطيين ليسوا ليبراليين)

اكتشف اهل المنطق عدة تقنيات لاختبار صحة الحجج القاطعة البسيطة. وتعد أسهل هذه الطرق هي استخدام سلسلة من الدوائر المتداخلة وعلامات مرافقة تُعرف باسم "مخططات فين".

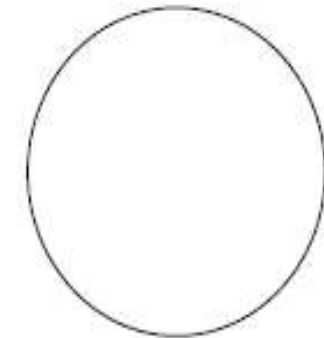
لنفترض أننا نريد رسم مخطط فين للعبارة "كل الديمقراطيين ليبراليون". نبدأ برسم دائرة تمثل فئة الديمقراطيين:

الدائرة الأولى تمثل جميع الأفراد الذين ينتمون إلى فئة الديمقراطيين، بينما الدائرة الثانية تمثل جميع الأفراد الذين ينتمون إلى فئة الليبراليين.



Democrats

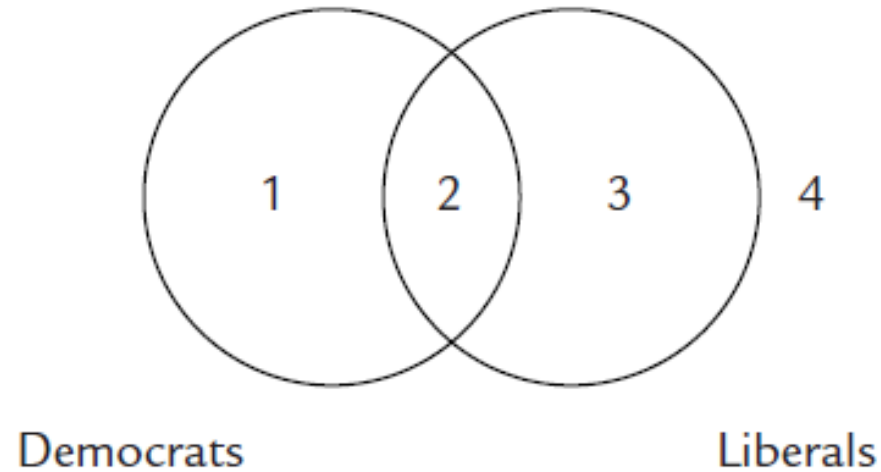
Then we draw a circle to stand for the class of liberals:



Liberals

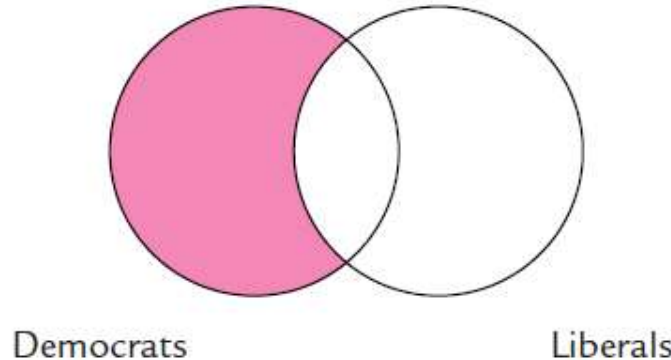
نحتاج الآن لربط الدائرتين لإظهار العلاقة بين الفئتين المذكورتين في العبارة. نقوم بذلك عن طريق رسم الدائرتين بحيث يتداخلان جزئيًا:

أي شيء في المنطقة 1 هو ديمقراطي ولكن ليس ليبرالياً. أي شيء في المنطقة 2 هو ديمقراطي وليبرالي معاً. أي شيء في المنطقة 3 هو ليبرالي ولكن ليس ديمقراطياً. وأي شيء في المنطقة 4، المنطقة خارج الدائرتين، فهو ليس ديمقراطياً ولا ليبرالياً.

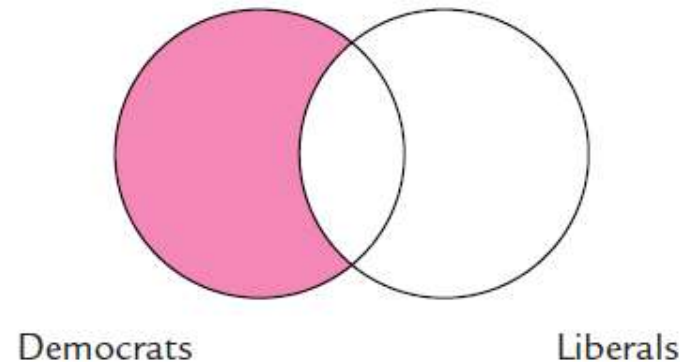


أخيرًا، نحتاج إلى طريقة لتمثيل العلاقة المُدَّعاة بين هاتين الفئتين، أي أن جميع أفراد فئة الديمقراطيين هم أيضًا أفراد من فئة الليبراليين. وللقيام بذلك، نقوم بتظليل ذلك الجزء من دائرة الديمقراطيين الذي لا يتداخل مع دائرة الليبراليين:

[ملاحظة: التظليل هنا يشير إلى أن هذه المنطقة فارغة/غير موجودة، مما يعكس أن "كل الديمقراطيين ليبراليون" ولا يوجد ديمقراطيون خارج دائرة الليبراليين]

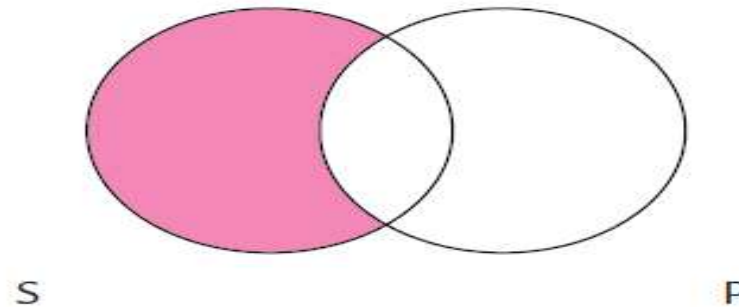


التظليل يعني أن ذلك الجزء من دائرة الديمقراطيين الذي لا يتداخل مع دائرة الليبراليين فارغ؛ أي أنه لا يحتوي على أي أعضاء. وبالتالي، يؤكد الرسم البياني أنه لا يوجد ديمقراطيون ليسوا ليبراليين. وهذا هو بالضبط ما نعنيه عندما نقول أن "كل الديمقراطيين ليبراليون".

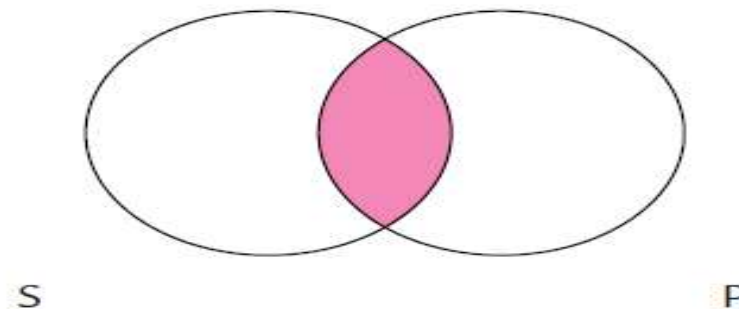


In summary, the four kinds of standard-form categorical statements are diagrammed as follows:

All *S* are *P*.

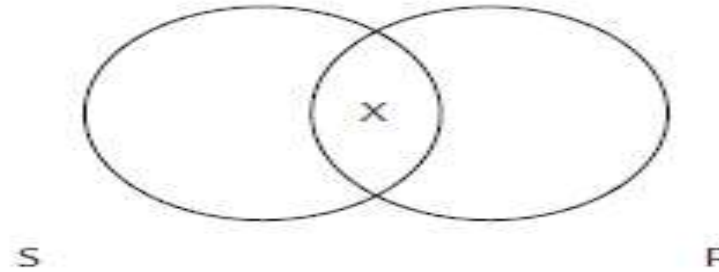


No *S* are *P*.

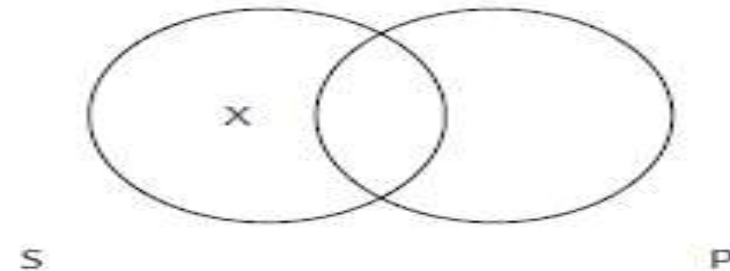


# CATEGORICAL STATEMENTS

Some *S* are *P*.



Some *S* are not *P*.



# TRANSLATING INTO STANDARD CATEGORICAL FORM

البيانات الفئوية القياسية لها بنية منطقية بسيطة جدًا. إليكم مرة أخرى الأشكال الفئوية الأربعة القياسية:

١. كل  $S$  هي  $P$
٢. لا يوجد  $S$  هي  $P$
٣. بعض  $S$  هي  $P$
٤. بعض  $S$  ليست  $P$

# TRANSLATING INTO STANDARD CATEGORICAL FORM

لاحظ أن كلاً من أشكال هذه العبارات يحتوي على أربعة أجزاء أساسية:

تبدأ جميعها بكلمات "كل" أو "لا" أو "بعض".

تُعرف هذه الكلمات باسم المحددات الكمية (Quantifiers) لأنها تُستخدم للتعبير عن الكمية أو العدد.

تحتوي جميعها على مصطلح موضوع (Subject Term) - أي كلمة أو عبارة تسمى فئةً ما وتكون بمثابة الفاعل النحوي في الجملة.  
في هذه الأشكال، يُرمز للموضوع بـ S.

# TRANSLATING INTO STANDARD CATEGORICAL FORM

٣. جميعها تحتوي على **\*\*مصطلح محمول\*\*** ( - Predicate Term) كلمة أو عبارة تُسمَّى فئةً وتعمل كمكمل للموضوع في الجملة. في هذه الأشكال العبارية، يُرمز للمحمول بالحرف **\*\*p\*\***.

٤. جميعها تحتوي على رابطة، أو فعل ربط، وهو عادةً صيغة من فعل "يكون" وتعمل الرابطة على ربط مصطلح الموضوع بمصطلح الآخر أو وصلهما معًا.

القياس المنطقي هو حجة استنتاجية من ثلاثة أسطر - أي حجة استنتاجية تتكون من مقدّمتين ونتيجة. في القياس الفئوي، تكون جميع العبارات في الحجة عبارات فئوية. إليكم عدة أمثلة على القياسات الفئوية:

لا يوجد أطباء هم مصارعون محترفون.  
جميع أطباء القلب أطباء.  
لذلك، لا يوجد أطباء قلب هم مصارعون محترفون.

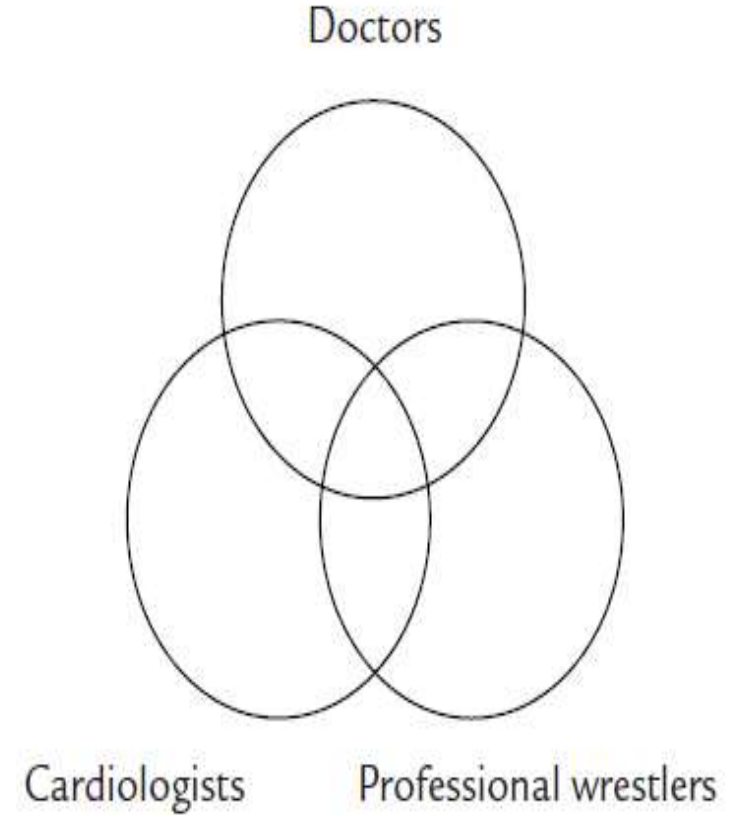
جميع الأفاعي زواحف.  
جميع الزواحف حيوانات بدم بارد.  
إذن، جميع الأفاعي حيوانات بدم بارد.

نرى كيف يمكن استخدام مخططات فين لاختبار صحة القياسات الفئوية. لنأخذ هذا المثال:

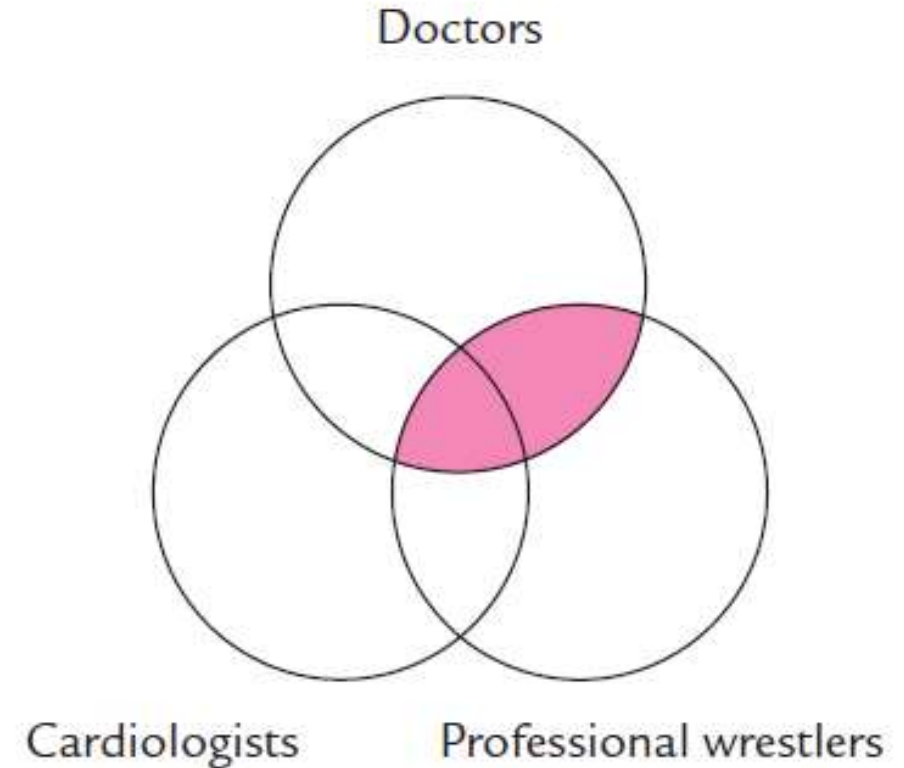
لا يوجد أطباء هم مصارعون محترفون.  
جميع جراحي القلب أطباء.  
لذلك، لا يوجد جراحي قلب هم مصارعون محترفون.

نظرًا لأن هذه الحجة، مثل جميع القياسات الفئوية القياسية، تحتوي على ثلاثة مصطلحات فئوية (في هذه الحالة: "أطباء القلب"، "المصارعون المحترفون"، و"الأطباء")، فنحن بحاجة إلى ثلاث دوائر متداخلة بدلاً من دائرتين لتمثيل الفئات الثلاث.

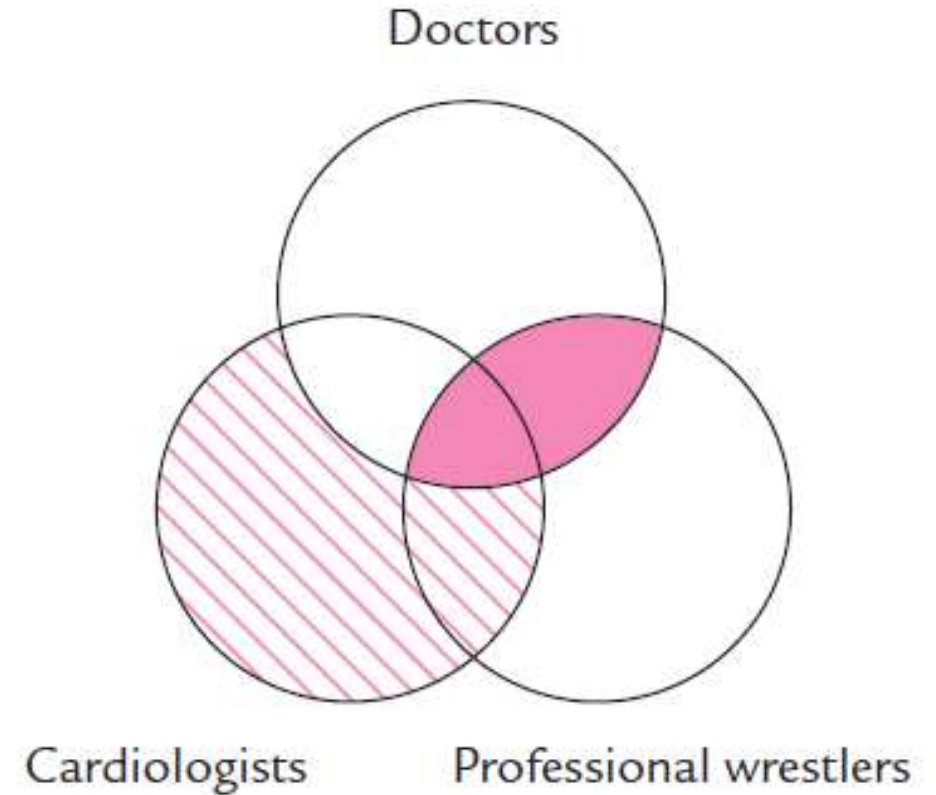
وفقًا للاتفاقية، نضع دائرتنا النتيجة في الأسفل. وبالتالي، يكون الرسم البياني لمثالنا كالتالي:



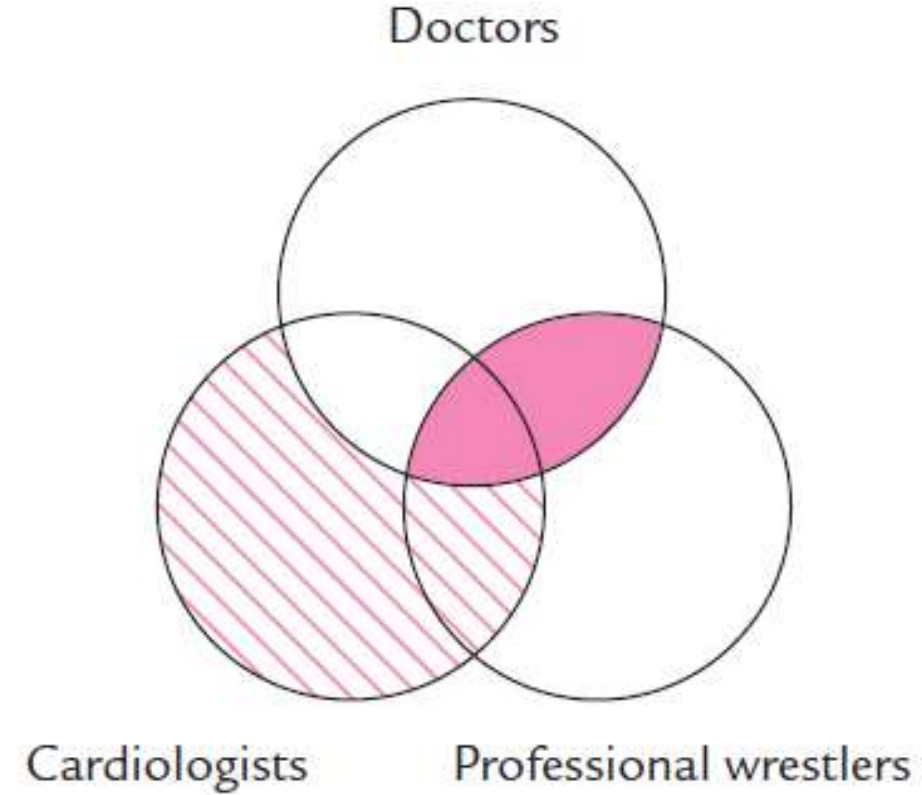
لمقدمة الأولى تنص على أنه لا يوجد أطباء هم  
صارعون محترفون. لتمثيل هذا الادعاء، نقوم  
بتظليل الجزء المتداخل من دائرة الأطباء مع دائرة  
لمصارعين المحترفين.



تنص المقدمة الثانية على أن جميع أطباء القلب هم أطباء. لتمثيل هذا الادعاء، نقوم بتظليل الجزء من دائرة جراحي القلب الذي لا يتداخل مع دائرة الأطباء.

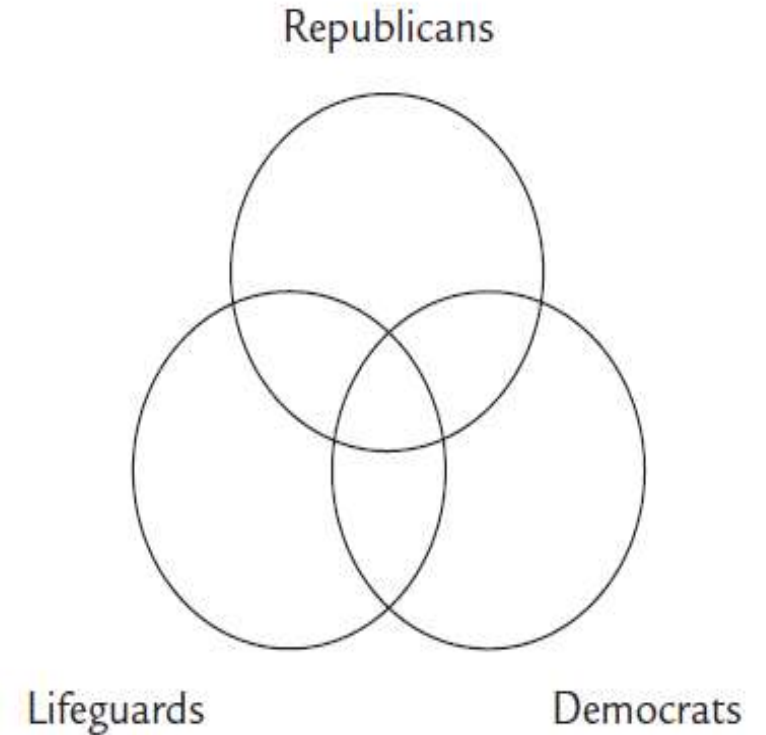


دينا الآن جميع المعلومات اللازمة لتحديد ما إذا كانت الحجة صحيحة. تخبرنا النتيجة أنه "لا يوجد جراحى قلب هم مصارعون حترفون"، مما يعني أن منطقة التداخل بين دائرتي جراحى القلب المصارعين المحترفين يجب أن تكون مظلة (أي فارغة). عند النظر إلى الرسم البياني، نلاحظ أن هذه المنطقة بالفعل مظلة. وهذا يعني أن النتيجة "مضمنة" في المقدمات (أي تتبع منطقياً منها)، بالتالي يتم إثبات صحة الحجة.

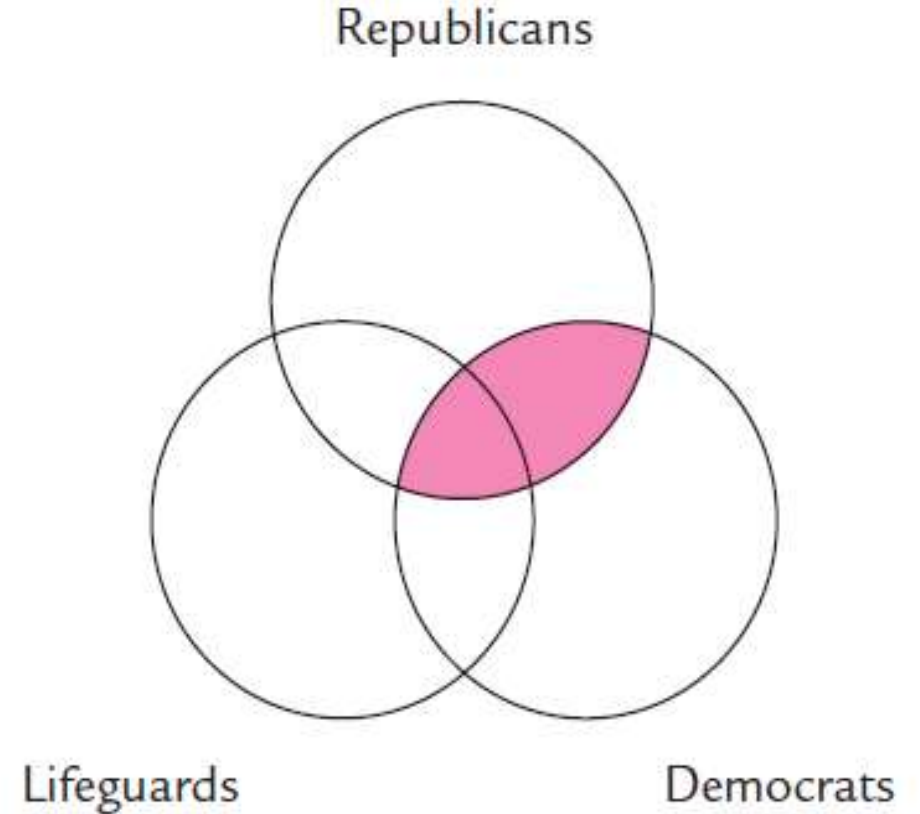


مثال آخر:

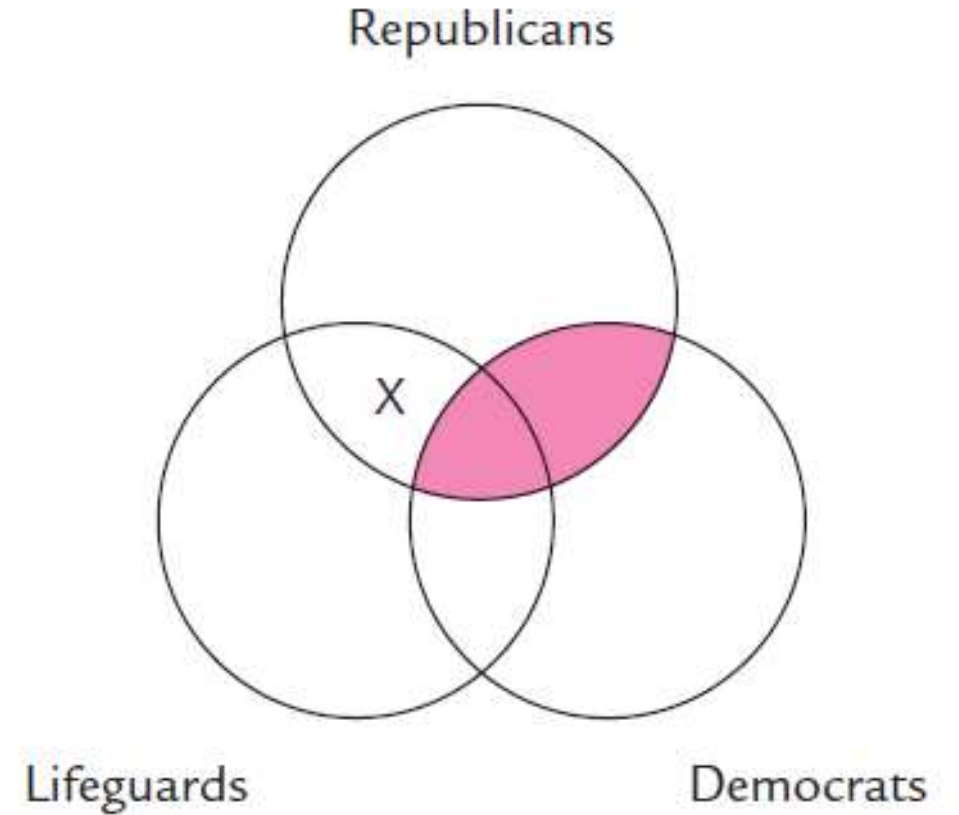
لا يوجد ديمقراطيون هم جمهوريون.  
بعض المنقذين في الشواطئ هم جمهوريون.  
إذن، بعض المنقذين في الشواطئ ليسوا ديمقراطيين.  
أولاً نقوم برسم وتسمية الدوائر الثلاث:



بما أن إحدى المقدمات تبدأ بـ "لا" والأخرى بـ "بعض"،  
نبدأ بتمثيل المقدمة التي تبدأ بـ "لا". هذه المقدمة تنص  
على أنه "لا يوجد ديمقراطيون هم جمهوريون".  
لتمثيل هذه المعلومة، نقوم بتظليل الجزء المتداخل من  
دائرة الديمقراطيين مع دائرة الجمهوريين.



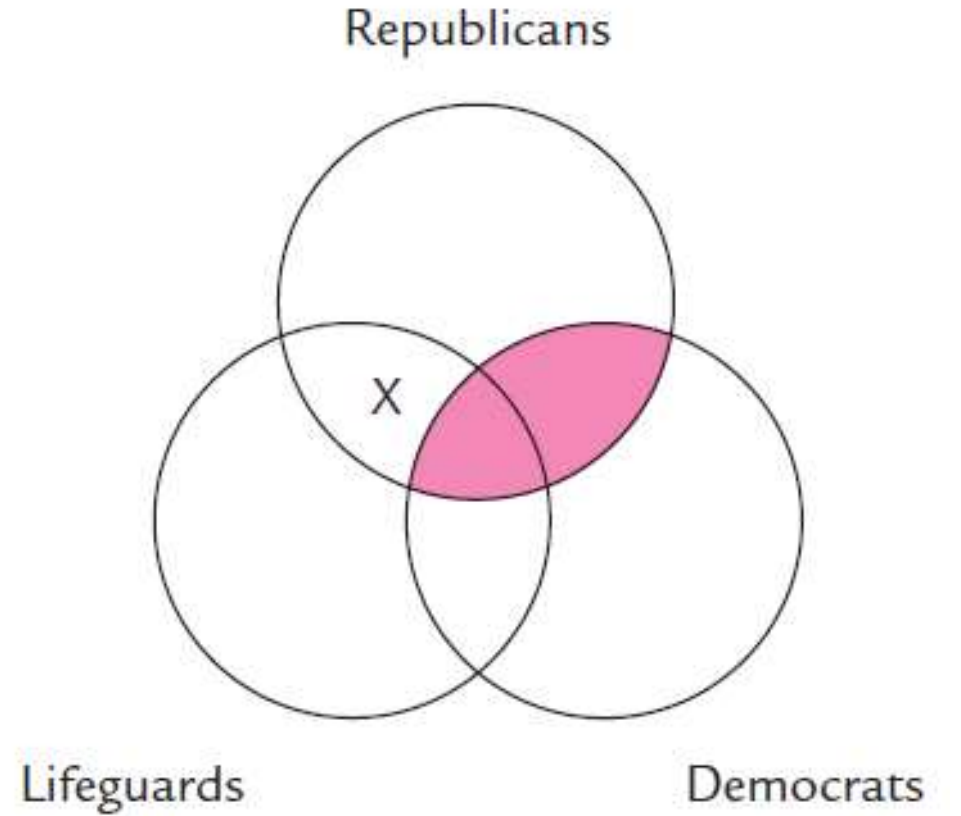
المقدمة الثانية تنص على أن بعض رجال الإنقاذ هم جمهوريون. لرسم هذا الادعاء، نضع علامة X في المنطقة التي تتداخل فيها دائرة رجال الإنقاذ مع دائرة الجمهوريين. وبما أن جزءًا من هذه المنطقة مظلل، نضع علامة X في الجزء غير المظلل من هذه المنطقة:



## Lecture 7

أخيرًا، نلقي نظرة على المخطط المكتمل لنتحقق مما إذا كان الادعاء الوارد في الاستنتاج ممثلًا في المخطط. ينص الاستنتاج على أن بعض رجال الإنقاذ ليسوا ديمقراطيين. هذا يعني أنه يجب أن يكون هناك علامة X في الجزء من دائرة رجال الإنقاذ الذي لا يتداخل مع دائرة الديمقراطيين.

فحص المخطط يظهر أنه هناك علامة X في هذه المنطقة. وبالتالي، يتم إثبات صحة الحجة.



في الشرائح القادمة، سنتعلم أساسيات المنطق الاقتراحي، وهي طريقة لتمثيل أجزاء الحجج بحيث يمكننا تحليل الحجج الكاملة للتحقق من صحتها.

البيان هو جملة يمكن أن يُنظر إليها بشكل معقول على أنها صحيحة أو خاطئة. البيان البسيط يتكون من جملة واحدة يمكن أن يُنظر إليها بشكل معقول على أنها صحيحة أو خاطئة — على سبيل المثال، "تينا طويلة". البيان المركب يتكون من بيانين أو أكثر، يمكن النظر في كل منهما بشكل منفصل على أنه صحيح أو خاطئ — على سبيل المثال، "تينا طويلة، وسارة طويلة".

في بعض الأحيان، يكون الفرض أو النتيجة في الحجة بيانًا بسيطًا، مثل "تينا طويلة". يمكننا بسهولة تمثيل البيان البسيط عن طريق تعيين متغير له. لنقم بتعيين المتغير "p" لجملة "تينا طويلة". إذا كانت الحجة تحتوي على بيان بسيط آخر — على سبيل المثال، "سارة طويلة" — يمكننا تمثيله بتعيين متغير مختلف له. لنقم بتعيين المتغير "q" لجملة "سارة طويلة".

لنفرض أننا لا نعلم ما إذا كانت فرضياتنا صحيحة أم خاطئة. في هذه الحالة، كل متغير له قيمتان محتملتان من الصواب: أي أن كل متغير يمكن أن يكون صحيحًا أو يمكن أن يكون خاطئًا. بناءً على ذلك، يمكننا الآن إعداد جدول الحقيقة لكل متغير. جدول الحقيقة هو ببساطة قائمة بجميع قيم الحقيقة الممكنة.

جدول الحقيقة للمتغير  $p$  هو:

هذا الجدول يعرض أن  $p$  يمكن أن يكون إما صحيحًا (T) أو خاطئًا (F).

$p$   
T  
F

الآن، يمكننا عمل نفس الشيء للمتغير الثاني:  $q$

هذا الجدول يعرض أن  $q$  يمكن أن يكون إما صحيحًا (T) أو خاطئًا (F).

$q$   
T  
F

الآن، نحن جاهزون لتحديد قيم الصدق  
للبيان المركب  $p \& q$ . البيان المركب  $p \& q$   
 $q$  يكون صحيحًا فقط عندما يكون كلا  
المتغيرين  $p$  و  $q$  يمثلان بيانات بسيطة  
صحيحة.

| $p$ | $q$ | $p \& q$ |
|-----|-----|----------|
| T   | T   | T        |
| T   | F   | F        |
| F   | T   | F        |
| F   | F   | F        |

في المنطق الاقتراحي، أي كلمة تربط بين بيانين بسيطين يتم تمثيلها بواسطة الرمز **&** (العلامة التجارية). لأغراض المنطق الاقتراحي، يمكن تمثيل جميع هذه الكلمات باستخدام **&** لأنها تؤدي نفس الوظيفة في الربط بين البيانات البسيطة. تشمل هذه الكلمات: "و"، "لكن"، "إلا أن"، "بينما"، "في حين"، "على الرغم من"، "مع ذلك"، و"لكن".

| $p$ | $q$ | $p \& q$ |
|-----|-----|----------|
| T   | T   | T        |
| T   | F   | F        |
| F   | T   | F        |
| F   | F   | F        |

العبارات المركبة التالية تم تمثيلها بشكل صحيح باستخدام  $p$  &  $q$ :

- توني تناول شرائح اللحم، وسارة تناولت الدجاج.
- توني تناول شرائح اللحم، ولكن سارة تناولت الدجاج.
- توني تناول شرائح اللحم، إلا أن سارة تناولت الدجاج.
- توني تناول شرائح اللحم، بينما سارة تناولت الدجاج.
- توني تناول شرائح اللحم، في حين أن سارة تناولت الدجاج.
- توني تناول شرائح اللحم، على الرغم من أن سارة تناولت الدجاج.
- توني تناول شرائح اللحم، مع أن سارة تناولت الدجاج.

| $p$ | $q$ | $p \& q$ |
|-----|-----|----------|
| T   | T   | T        |
| T   | F   | F        |
| F   | T   | F        |
| F   | F   | F        |

يمكننا تمثيل الحجة كما يلي (في المنطق الاقتراحي، الرمز  $\diamond$  ببساطة يشير إلى أن النتيجة تتبع):

$p$   
 $q$   
 $\diamond p \& q$

| $p$ | $q$ | $p \& q$ |
|-----|-----|----------|
| T   | T   | T        |
| T   | F   | F        |
| F   | T   | F        |
| F   | F   | F        |

النفي هو ببساطة استخدام كلمة "ليس" (أو كلمة أو عبارة معادلة لها) لإنكار بيان ما. لنعد إلى البيان البسيط "تينا طويلة". النفي لهذا البيان البسيط سيكون "تينا ليست طويلة". إذا رمزنا "تينا طويلة" بتعيين المتغير  $p$  لها، فنحتاج إلى طريقة مريحة لتمثيل نفي  $p$ ، أي "ليس  $p$ ". الرمز التقليدي للنفي هو التيلدا  $\sim$ . لذلك، يمكننا تمثيل "تينا ليست طويلة" باستخدام  $\sim p$ .

| $p$ | $\sim p$ |
|-----|----------|
| T   | F        |
| F   | T        |

الآن نحن جاهزون لفحص حجة تتضمن كل من النفي والربط (التقاطع): "تينا ليست طويلة، ولكن سارة طويلة. لذا، تينا ليست طويلة." الشكل الرمزي لهذه الحجة هو:

$$\sim p \ \& \ q$$

$$\therefore \sim p$$

Let's set up the truth table for the argument:

| $p$ | $q$ | $\sim p$ | $\sim p \ \& \ q^*$ | $\sim p \ C$ |
|-----|-----|----------|---------------------|--------------|
| T   | T   | F        | F                   | F            |
| T   | F   | F        | F                   | F            |
| F   | T   | T        | T                   | T            |
| F   | F   | T        | F                   | T            |

إذا كان  $p \& q$  صحيحًا، فإننا نعلم أن  $\sim(p \& q)$  سيكون خاطئًا. لذلك، عند تكوين جدول الحقيقة لـ  $\sim(p \& q)$  نبدأ أولاً بإدراج قيم الصدق لـ  $p \& q$ ، ثم نخصص القيم المعاكسة لـ  $\sim(p \& q)$

| $p$ | $q$ | $p \& q$ | $\sim(p \& q)$ |
|-----|-----|----------|----------------|
| T   | T   | T        | F              |
| T   | F   | F        | T              |
| F   | T   | F        | T              |
| F   | F   | F        | T              |

It is not the case that Tina is tall and Sarah is tall.

So, Tina is not tall, and Sarah is not tall.

Is the argument valid? If the premise and the conclusion really mean the same thing, the argument would have to be valid.

The symbolic form of the argument is

$$\sim(p \ \& \ q)$$

$$\therefore \sim p \ \& \ \sim q$$

Now let's look at the truth table for the argument:

| $p$ | $q$ | $p \ \& \ q$ | $\sim p$ | $\sim q$ | $\sim(p \ \& \ q)^*$ | $\sim p \ \& \ \sim q$ C |
|-----|-----|--------------|----------|----------|----------------------|--------------------------|
| T   | T   | T            | F        | F        | F                    | F                        |
| T   | F   | F            | F        | T        | T                    | F                        |
| F   | T   | F            | T        | F        | T                    | F                        |
| F   | F   | F            | T        | T        | T                    | T                        |

# DEEPER ANALYSIS OF NEGATION AND CONJUNCTION

Consider this example:

Tina is tall.

Sarah is not tall, but Missy is tall.

So, Tina is tall, and Missy is tall.

Let  $p$  = “Tina is tall,”  $q$  = “Sarah is tall,” and  $r$  = “Missy is tall.” The symbolic form of the argument is

$$p$$
$$\sim q \ \& \ r$$
$$\therefore p \ \& \ r$$

# DEEPER ANALYSIS OF NEGATION AND CONJUNCTION

صحة الحجة التي تحتوي على ثلاثة متغيرات يتم تحديدها بنفس الطريقة التي يتم بها تحديد صحة الحجة التي تحتوي على متغيرين. الفرق فقط هو أنه يوجد ثمانية صفوف لفحصها بدلاً من أربعة. إذا كان هناك أي صف تحتوي فيه جميع الفرضيات على قيم صحيحة والنتيجة خاطئة، فإننا نعلم أن الحجة غير صالحة. إذا لم يكن هناك أي صف من هذا القبيل، فإننا نعلم أن الحجة صالحة.

# DEEPER ANALYSIS OF NEGATION AND CONJUNCTION

First step:

|    | $p$ | $q$ | $r$ |
|----|-----|-----|-----|
| 1. | T   | T   | T   |
| 2. | T   | T   | F   |
| 3. | T   | F   | T   |
| 4. | T   | F   | F   |
| 5. | F   | T   | T   |
| 6. | F   | T   | F   |
| 7. | F   | F   | T   |
| 8. | F   | F   | F   |

# DEEPER ANALYSIS OF NEGATION AND CONJUNCTION

|    | $p$ | $q$ | $r$ | $\sim q$ | $p^*$ | $\sim q \& r^*$ | $p \& r \ C$ |
|----|-----|-----|-----|----------|-------|-----------------|--------------|
| 1. | T   | T   | T   | F        | T     | F               | T            |
| 2. | T   | T   | F   | F        | T     | F               | F            |
| 3. | T   | F   | T   | T        | T     | T               | T            |
| 4. | T   | F   | F   | T        | T     | F               | F            |
| 5. | F   | T   | T   | F        | F     | F               | F            |
| 6. | F   | T   | F   | F        | F     | F               | F            |
| 7. | F   | F   | T   | T        | F     | T               | F            |
| 8. | F   | F   | F   | T        | F     | F               | F            |

Only in line 3 are both premises true, and in line 3 the conclusion is true as well. There are no cases in which both premises are true and the conclusion is false. So, the argument is valid.

# DEEPER ANALYSIS OF NEGATION AND CONJUNCTION

Consider another three-variable example:

$$\sim(p \ \& \ q)$$

$$\sim q \ \& \ r$$

$$\therefore \sim p$$

First we set up the truth table, starting with the three basic variables and building from there. Then we examine the table to determine validity.

# DEEPER ANALYSIS OF NEGATION AND

|    | $p$ | $q$ | $r$ | $\sim q$ | $p \& q$ | $\sim(p \& q)^*$ | $\sim q \& r^*$ | $\sim p \text{ C}$ |
|----|-----|-----|-----|----------|----------|------------------|-----------------|--------------------|
| 1. | T   | T   | T   | F        | T        | F                | F               | F                  |
| 2. | T   | T   | F   | F        | T        | F                | F               | F                  |
| 3. | T   | F   | T   | T        | F        | T                | T               | F                  |
| 4. | T   | F   | F   | T        | F        | T                | F               | F                  |
| 5. | F   | T   | T   | F        | F        | T                | F               | T                  |
| 6. | F   | T   | F   | F        | F        | T                | F               | T                  |
| 7. | F   | F   | T   | T        | F        | T                | T               | T                  |
| 8. | F   | F   | F   | T        | F        | T                | F               | T                  |

To determine the validity of the argument, we look for any cases in which both of the premises are true and the conclusion is false. In line 3 both of the premises are true and the conclusion is false. From this line alone we know that the argument is invalid. It does not matter that in line 7 both of the premises are true and the conclusion is true.

A disjunction, such as “Frank is angry or Hank is tired,” is true if either Frank is angry or Hank is tired, or both. We can symbolize the disjunction as  $p \vee q$ , and the truth table for the disjunction is as follows:

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| T   | T   | T          |
| T   | F   | T          |
| F   | T   | T          |
| F   | F   | F          |

The truth table shows that the only case in which  $p \vee q$  is false is the final line, in which both  $p$  is false and  $q$  is false.

“If it rained, then the ground is wet” as  $p \rightarrow q$ .

The truth table for conditional statements can be a little tricky. The only time a conditional is false is when the antecedent is true and the conclusion is false.<sup>3</sup> So, the truth table for  $p \rightarrow q$  is as follows:

|    | $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|----|-----|-----|-------------------|
| 1. | T   | T   | T                 |
| 2. | T   | F   | F                 |
| 3. | F   | T   | T                 |
| 4. | F   | F   | T                 |